

Übersicht über die Vorlesung

1. **Einleitung**
 - 1.1. Kenngrößen des Plasmas
 - 1.2. Anwendungen
2. **Physikalische Grundlagen des Plasmas**
 - 2.1. Grundbegriffe
 - 2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbedingungen
 - 2.3. Stossprozesse und Strahlung
 - 2.4. Plasmadynamik
 - 2.5. Transportprozesse
3. **Erzeugung eines Plasmas**
 - 3.1. Stationäre Gasentladung
 - 3..2. Entladung im Wechselfeld
4. **Plasmen in der technischen Anwendung**
 4. Überblick
 - 4.1 Niederdruckentladungen
 - 4.1.1 Plasma Oberflächen Prozesse
 - 4.1.2 Dünnschichtbeschichtungen
 - 4.1.3 Plasma Ätzprozesse
 - 4.1.4 Plasma Sputtern
 - 4.1.5 Plasma Funktionalisieren
 - 4.1.6 Plasma Strahler direkt
 - 4.2. Plasmafusion
5. **Diagnostik**
 - 5.1 Überblick Verfahren
 - 5.11 Die Plasma Randschicht
 - 5.2 Sondenmessungen
 - 5.3 Mikrowellenmessungen

Kap 2 ab 30.4.15
+ 7.05.2015

Übersicht über die Vorlesung

1. **Einleitung**
 - 1.1. Kenngrößen des Plasmas
 - 1.2. Anwendungen
2. **Physikalische Grundlagen des Plasmas**
 - 2.1. Grundbegriffe
 - 2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbedingungen
 - 2.3. Stossprozesse und Strahlung
 - 2.4. Plasmadynamik
 - 2.5. Transportprozesse
3. **Erzeugung eines Plasmas**
 - 3.1. Stationäre Gasentladung
 - 3..2. Entladung im Wechselfeld
4. **Plasmen in der technischen Anwendung**
 4. Überblick
 - 4.1 Niederdruckentladungen
 - 4.1.1 Plasma Oberflächen Prozesse
 - 4.1.2 Dünnschichtbeschichtungen
 - 4.1.3 Plasma Ätzprozesse
 - 4.1.4 Plasma Sputtern
 - 4.1.5 Plasma Funktionalisieren
 - 4.1.6 Plasma Strahler direkt
 - 4.2. Plasmafusion
5. **Diagnostik**
 - 5.1 Überblick Verfahren
 - 5.11 Die Plasma Randschicht
 - 5.2 Sondenmessungen
 - 5.3 Mikrowellenmessungen

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Quasineutralität (2):

- Plasmen besitzen eine ausgeprägte Tendenz zur ***Neutralität***
- bereits geringe Abweichungen der Dichten positiver und negativer elektronischer Ladungen vom Gleichgewichtszustand erzeugen ***Raumladungsfelder***, deren Energie die kinetische Energie der Plasmateilchen übertreffen kann
- für ein Plasma ist wesentlich, dass die ***Ladungsträger frei beweglich*** sind
- Voraussetzung dafür ist, dass die durch das makroskopische Raumladungsfeld den Ladungsträgern vermittelte potentielle elektrische Energie klein gegenüber der thermischen (ungeordneten kinetischen) Energie bleibt
- die ***Abschirmlänge*** λ_D stellt die maximale Dicke einer Plasmaschicht dar, in der die Elektronenkonzentration n_e beträchtlich von der Ionenkonzentration n_i abweichen darf.

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Kennzeichen des Plasmas

- der **Energieinhalt eines Plasma** lässt sich mittels der sogenannten **Verteilungsfunktion** charakterisieren (z.B. Maxwell-Verteilung)
- aus dieser Verteilungsfunktion lässt sich die **mittlere Energie** ableiten

Thermische Plasmen sind Plasmen im thermodynamischen Gleichgewicht

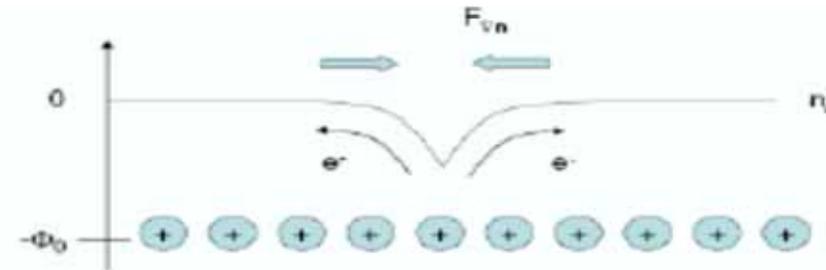
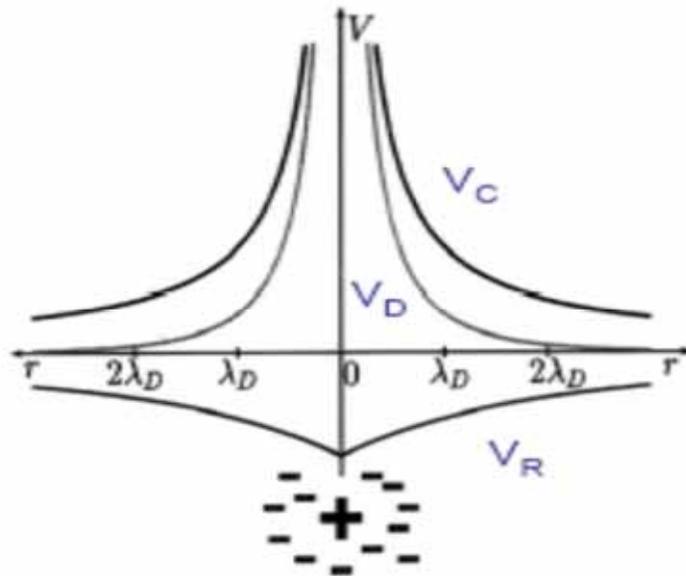
- alle Teilchenkomponenten (Elektronen, Ionen, Neutrale) besitzen eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung mit einer einheitlichen Temperatur (**TG oder TE**) ggf **LTG**)

Nichtthermische Plasmen zeichnen sich dadurch aus, dass zwischen einzelnen

- Teilchensorten kein Gleichgewicht besteht **NTG** (• die mittleren kinetischen Energien der verschiedenen Plasmakomponenten werden durch äußere Einwirkungen auf verschiedenen Werten gehalten und es treten Abweichungen der Geschwindigkeitsverteilung von der Maxwell-Form auf.

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Potenzialverlauf



In dem Plasma ist die Störung durch eine zusätzliche Ladung nur lokal zu bemerken.

Durch Einbringen einer positiven Punktladung in ein Plasma lokal resultierendes Debye Potenzial:

$$V_D = V_{\text{coulomb}} + V_R$$

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Debye- Hückel Abschirmlänge

Der **Verlauf des elektrischen Potentials** um ein geladenes Teilchen unterscheidet sich im Plasma wesentlich von dem im Vakuum

Infolge der **Beweglichkeit der Ladungsträger** ist z.B. die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Plasmaelektrons in der Nachbarschaft der positiven Ionen größer als dem räumlichen Mittel entspricht

Um jedes positives Teilchen bildet sich eine negative Raumladung und umgekehrt, so dass die Neutralität des Plasmas in kleinen Bereichen statistisch schwankend gestört ist

Die Betrachtung des **Potentialverlaufs** um ein geladenes Teilchen im Plasma (Boltzmann-Verteilung der Elektronen, Poisson-Gleichung) liefert die charakteristische **Abschirmlänge λ_D**

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k_B T}{n_0 e^2} \right)^{1/2}$$

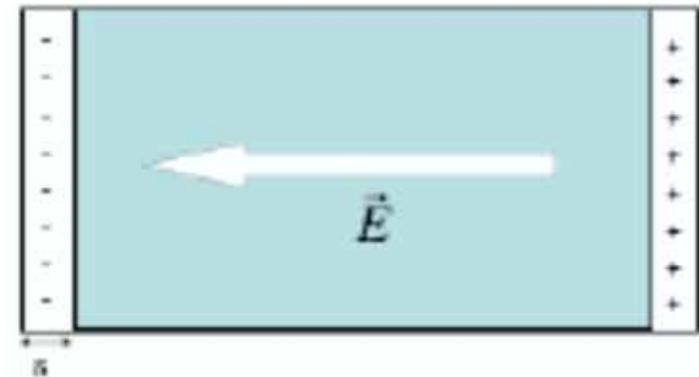
- alle Ladungsträger N_D , die sich innerhalb der **Debye-Kugel** befinden, stehen gleichzeitig miteinander in Wechselwirkung
- ist diese Teilchenzahl groß, so kennzeichnet das System eine kollektive oder kooperative Form der elektrischen Wechselwirkung (**kollektive Plasmen**)
- **Quasineutralität** (Plasma) herrscht für $r > \lambda_D$

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Die Plasmafrequenz

Plasmen zeichnen sich durch eine charakteristische Dynamik der **Raumladungsschwankungen** aus.

- durch die Auslenkung von Elektronen im Plasma wird eine elektrische Feldstärke erzeugt
- diese bewirkt ihrerseits eine rücktreibende Kraft auf die Elektronen:



- dies bedeutet, dass in einem homogenen Plasma die Elektronen quasielastisch an eine Gleichgewichtslage gebunden sind, um die sie als Ensemble Schwingungen mit der **Plasmafrequenz ω_p** ausführen:
$$\omega_p = \left(\frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \right)^{1/2}$$

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Bedingungen für ein Plasma

Ein Plasma kann genauer definiert werden, indem drei Bedingungen erfüllt sind:

1. $L > \lambda_D$

Die Ausdehnung L des Plasmas muss größer als die Debye-Länge λ_D für Quasineutralität sein.

2. $N_D \gg 1$

Die Zahl der Teilchen in der Debye-Kugel muss viel größer als 1 sein, um kollektives Plasmaverhalten zu erhalten.

3. $\omega_p \tau \gg 1$

Das Produkt aus Plasmafrequenz ω_p mit der Stoßzeit mit Neutralen τ soll viel größer als 1 sein (elektrostatische Wechselwirkung überwiegt gegen normale Gaskinetik).

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Übersicht

	$n \text{ m}^{-3}$	$T \text{ eV}$	$\omega_p \text{ sec}^{-1}$	$\lambda_D \text{ m}$	$n\lambda_D^3$	$\tau_e^{-1} \text{ sec}^{-1}$
Interstellar gas	10^6	1	$6 \cdot 10^4$	7	$4 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^{-5}$
Gaseous nebula	10^9	1	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^{-2}$
Solar corona	10^{15}	10^2	$2 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^6$	50
Gasentladung	10^{18}	3		$1 \cdot 10^{-6}$		
Diffuse hot plasma	10^{18}	10^2	$6 \cdot 10^{10}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^4$
Lichtbogen	10^{22}	1		$8 \cdot 10^{-8}$		
Solar atmosphere gas discharge	10^{20}	1	$6 \cdot 10^{11}$	$7 \cdot 10^{-7}$	40	$2 \cdot 10^9$
Warm plasma	10^{20}	10	$6 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^2$	$9 \cdot 10^7$
Hot plasma	10^{20}	10^2	$6 \cdot 10^{11}$	$7 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^6$
Thermonuclear plasma	10^{21}	10^4	$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^4$
Dense hot plasma	10^{24}	10^2	$6 \cdot 10^{13}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^{10}$
Laser plasma	10^{26}	10^2	$6 \cdot 10^{14}$	$7 \cdot 10^{-9}$	40	$2 \cdot 10^{12}$

NRL Plasma Formulary Book 1994

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Elektrische Leitfähigkeit des Plasmas

- der augenfälligste Unterschied zwischen einem Gas und einem Plasma besteht in der Fähigkeit des Plasmas, den elektrischen Strom zu leiten.
 - Ursache der **elektrischen Leitfähigkeit des Plasmas** sind die frei beweglichen Ladungsträger, die dem Zug eines anliegenden elektrischen Feldes E folgen und dadurch eine elektrische Stromdichte j ergeben
 - die sogenannte **Felddrift der Ladungsträger** ist im Plasma ein sehr komplizierter Vorgang und erfordert meist für verschiedene Plasmatyphen spezielle Untersuchungen.
- > **Elektrische Leitfähigkeit schwach ionisierter Plasmen**
> **Elektrische Leitfähigkeit voll ionisierter Plasmen**

2.1 Grundbegriffe des Plasmas

Elektrische Leitfähigkeit des Plasmas

Elektrische Leitfähigkeit schwach ionisierter Plasmen

- die Konzentration der Ladungsträger ist in diesen Plasmen so gering, dass bei der Trägerbewegung nur Zusammenstöße mit Neutralteilchen zu berücksichtigen sind

Die elektrische Stromdichte aufgrund der Ladungsträgerbewegung ist

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_e + \mathbf{j}_i = n_e(\mu_e + \mu_i)\mathbf{E}$$

Damit ergibt sich die Leitfähigkeit der Elektronen zu

$$\sigma_e = ne\mu_e = \frac{ne^2}{m_e\bar{v}_e}$$

und entsprechend für die Ionen.

Die Leitfähigkeit in Gasentladungen ist durch Zusammenstöße der Ladungsträger mit den Gasatomen bestimmt. Diese Vorstellung ist gerechtfertigt durch den niedrigen Ionisationsgrad $\alpha = n_e/n_a$.

Beispiel:

Bei einem Druck von mbar ist $n_a = 2,8 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ und $n_e = 10^{19} \text{ m}^{-3}$ stellt bereits eine recht hohe Elektronendichte dar. Ein charakteristischer Ionisationsgrad ist also von der Größenordnung $\alpha = 10^{-3}$ oder kleiner.

Elektrische Leitfähigkeit voll ionisierter Plasmen

- im voll ionisierten Plasma wird die Bewegung der Ladungsträger wesentlich durch die zwischen ihnen stattfindenden Coulomb-Stöße bestimmt.

Übersicht über die Vorlesung

- 1. Einleitung**
 - 1.1. Kenngrößen des Plasmas
 - 1.2. Anwendungen

- 2. Physikalische Grundlagen des Plasmas**
 - 2.1. Grundbegriffe
 - 2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbedingungen
 - 2.3. Stossprozesse und Strahlung
 - 2.4. Plasmadynamik
 - 2.5. Transportprozesse

- 3. Erzeugung eines Plasmas**
 - 3.1. Stationäre Gasentladung
 - 3..2. Entladung im Wechselfeld

- 4. Plasmen in der technischen Anwendung**
 4. Überblick
 - 4.1 Niederdruckentladungen
 - 4.1.1 Plasma Oberflächen Prozesse
 - 4.1.2 Dünnschichtbeschichtungen
 - 4.1.3 Plasma Ätzprozesse
 - 4.1.4 Plasma Sputtern
 - 4.1.5 Plasma Funktionalisieren
 - 4.1.6 Plasma Strahler direkt
 - 4.2. Plasmafusion

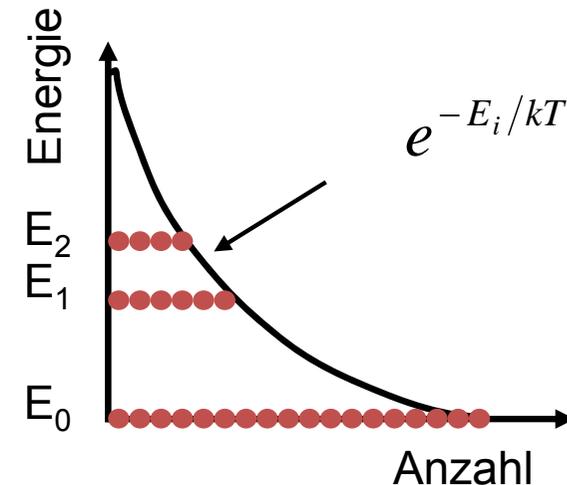
- 5. Diagnostik**
 - 5.1 Überblick Verfahren
 - 5.11 Die Plasma Randschicht
 - 5.2 Sondenmessungen
 - 5.3 Mikrowellenmessungen

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Boltzmann-Verteilung

Wenn ein System (einzelnes Teilchen, zusammengesetztes System) eine Reihe von Zuständen der Energien E_1, E_2, \dots annehmen kann, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System im Zustand i befindet:

$$P_i = g_i e^{-E_i/kT}$$



Beispiele:

- Maxwell-Verteilung der Molekülgeschwindigkeiten in einem Gas

- Anregung von Atomen:
$$n_i = n_0 \frac{g_i}{Z} e^{-E_i/kT}$$

- Plancksches Strahlungsgesetz

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Maxwell Verteilung*

Geschwindigkeitsverteilung der Gasatome/-moleküle:

Anwendung von Boltzmann-Verteilung mit

$E = \frac{1}{2}mv^2$ kinetische Energie

$g = 4\pi v^2 dv$ statistisches Gewicht der Geschwindigkeit v

Wahrscheinlichkeit für ein Teilchen die Geschwindigkeit v zu haben:

$$f(v)dv = C \cdot 4 \cdot \pi \cdot v^2 \cdot e^{-mv^2/2kT} dv$$

Konstante C wird durch Normierung bestimmt $\left(\int_0^\infty f(v)dv = 1 \right)$

$$f(v)dv = \sqrt{2/\pi} \left(m/kT \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv$$

Normiert auf die kinetische Energie $E = \frac{1}{2}mv^2$:

$$f(E)dE = 2\sqrt{1/\pi} (kT)^{-3/2} \sqrt{E} e^{-E/kT} dE$$

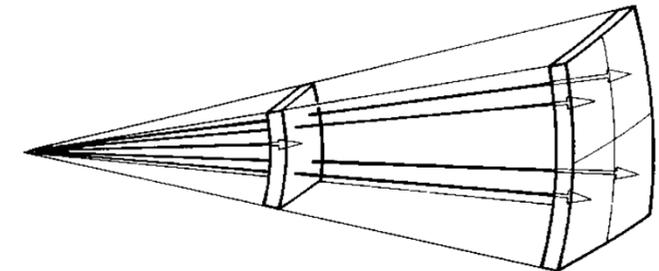


Abb. 5.22. Das statistische Gewicht einer Kugelschale im Geschwindigkeitsraum ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit

* C. Gerthsen, H. Kneser, H. Vogel, *Physik*, Springer Verlag

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Maxwell Verteilung

Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung der Gasatome/-moleküle:

$$f(v)dv = \sqrt{2/\pi} \left(m/kT\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv$$

Wahrscheinlichste Geschwindigkeit / kinetische Energie:

$$\hat{v} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\hat{E} = \frac{1}{2} m \hat{v}^2 = kT$$

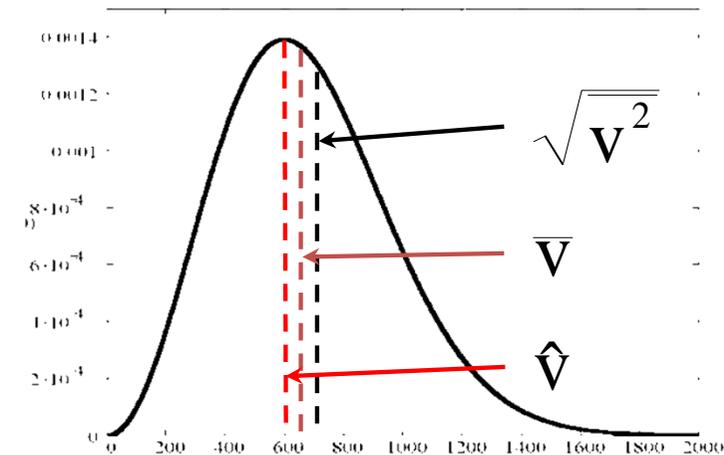
Mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 1,128 \cdot \hat{v}$$

Mittlere quadratische Geschwindigkeit / mittlere kinetische Energie

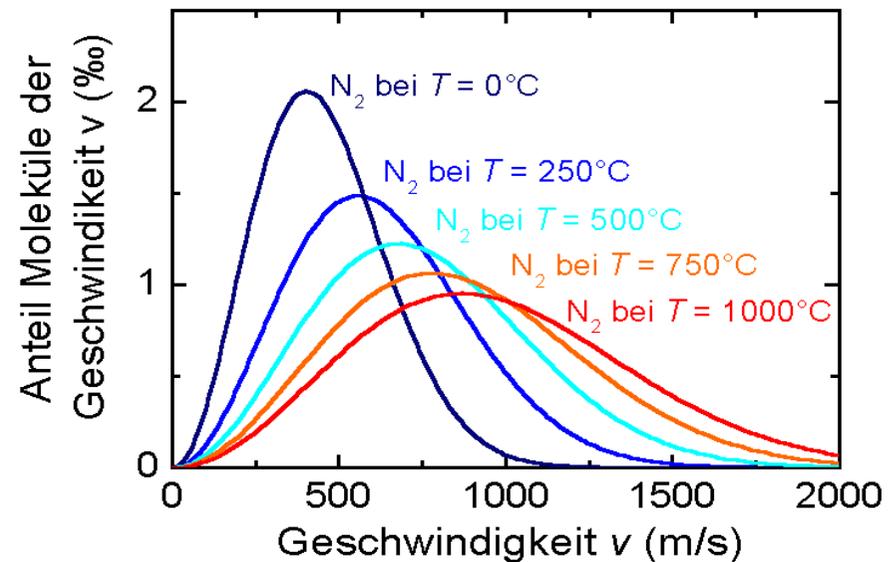
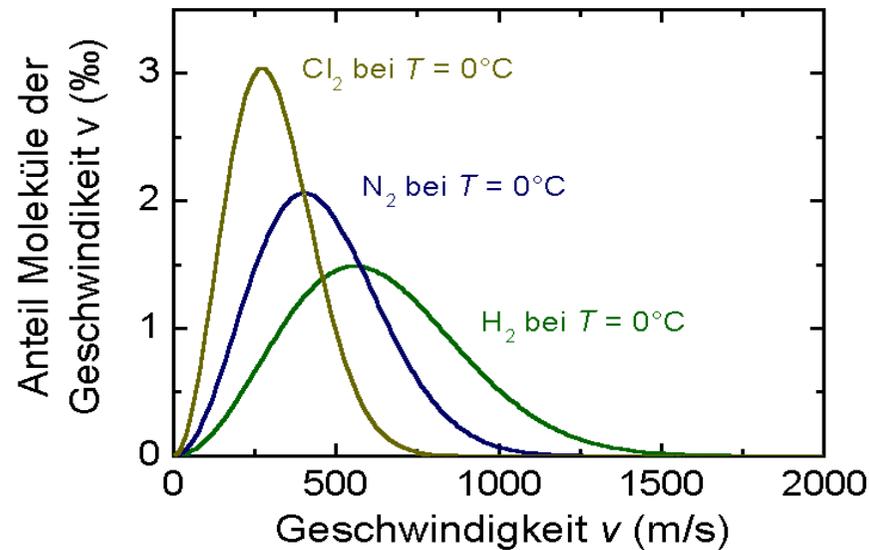
$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1,225 \cdot \hat{v}$$

$$\hat{E} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$



2.1. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Beispiele zur Maxwell - Verteilung



Massenabhängigkeit der

Geschwindigkeitsverteilung bei 0 °C:

Wasserstoff – $mM(\text{H}_2) = 2 \text{ u}$

Stickstoff – $mM(\text{N}_2) = 28 \text{ u}$

Chlor – $mM(\text{Cl}_2) = 71 \text{ u}$

Temperaturabhängigkeit der

Geschwindigkeitsverteilung bei 0 °C für

Stickstoff.

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Temperaturbegriff

Die Temperatur T ist nur ein anderes Maß für die mittlere kinetische Energie der Moleküle. Betrachtet man nur die Translationsenergie, so ist ihr Mittelwert gegeben durch:

$$\overline{W}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

Dies ist die allgemeine und vollständige Definition der Temperatur, wobei m die Masse, v die Geschwindigkeit (hier gemittelte quadratische Geschwindigkeit) und k die Boltzmann-Konstante ist ($1,381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$)

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed. Ideales Gasgesetz*

Druck p ist durch an Fläche A abgegebener Impuls pro Zeit und Flächeneinheit bestimmt.

Annahme: alle Teilchen in einem Volumen V haben die Geschwindigkeit v mit zufälliger Richtung (in die Richtungen $\pm x$, $\pm y$, $\pm z$)

Im Zeitintervall dt trifft dann in einem Kasten der Kantenlänge $v \cdot dt$ und der Grundfläche A jedes 6. Teilchen die Wand und gibt dort den Impuls $2mv$ ab.

Als Druck ergibt sich damit bei der Teilchendicht n (Teilchen pro Volumen):

$$p = \frac{dI}{A \cdot dt} = \frac{\frac{1}{6} \cdot n \cdot (A \cdot v \cdot dt) \cdot (2 \cdot m \cdot v)}{A \cdot dt} = \frac{1}{3} nmv^2$$

In der Realität haben die Teilchen eine Maxwell-Verteilung der Geschwindigkeiten, für die mittlere kinetische Energie gilt:

$$\overline{W}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

Damit folgt für den Druck:

$$p = nkT$$

* C. Gerthsen, H. Kneser, H. Vogel, *Physik*, Springer Berlin

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Dalton'sches Gesetz

Mischung idealer Gase führt zum Dalton'schen Gesetz:

$$p = \sum_i n_i kT$$

Unter Partialdruck des Gases i wird verstanden:

$$p_i = n_i kT$$

Damit folgt, dass der Gesamtdruck die Summe der Partialdrücke ist:

$$p = \sum_i p_i$$

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Thermisches Gleichgewicht

Vollständiges thermisches Gleichgewicht herrscht dann, wenn der thermische Zustand der Materie nur durch eine Größe, die einheitliche Temperatur T bestimmt wird. Es gilt:

- Alle Plasmakomponenten (Elektronen, Ionen, Atome, Moleküle) haben **Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung** der Temperatur T
- Die Besetzung aller **diskreten Energieniveaus** wird durch die **Boltzmann-Statistik** der Temperatur T beschrieben
- Die **Teilchendichten** der durch Dissoziation von Molekülen entstehenden Teilchen sind nach dem **Massenwirkungsgesetz** der Temperatur T verteilt
- Das Verhältnis der durch **Ionisation** entstehenden Teilchen zu den Ausgangsteilchen wird durch die **Saha-Gleichung** beschrieben
- Die vom Plasma emittierte und absorbierte elektromagnetische **Strahlung** befindet sich im gesamten Spektrum mit dem Plasma im Gleichgewicht und wird durch die **Planck-Funktion** beschrieben (einheitlichen schwarzen **Strahldichte $B_{\lambda}(\lambda)$**)

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Lokales thermisches Gleichgewicht (LTG)

Auch local thermal equilibrium (LTE)

In einem Plasma herrscht kein (vollständiges) thermisches Gleichgewicht.

Das Plasma ist kein Planckscher Strahler, die Strahlung (Emission und Absorption) ist nicht im Gleichgewicht, es herrscht keine einheitliche Temperatur.

Um ein Hochdruckplasma dennoch thermodynamisch beschreiben zu können, werden die Forderungen des thermischen Gleichgewichts auf das „lokale thermische Gleichgewicht“ reduziert:

Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung aller Plasmakomponenten, **Boltzmann-Besetzung** aller diskreten Energieniveaus, **Massenwirkungsgesetz** für die Teilchendichten und **Saha-Gleichung** für die Ionisation werden in einem hinreichend kleinen Volumen (\rightarrow lokal) für eine einheitliche Temperatur T erfüllt. Aber: kein Planckscher Strahler.

2.1. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Bedingungen für Lokales Thermisches Gleichgewicht:

- häufige energieaustauschende Stöße (stoßbestimmtes Plasma)
- Energieaufnahme im elektrischen Feld zwischen zwei Stößen klein gegenüber thermischer Energie
(\bar{l}_e : mittlere freie Weglänge, Q : Wirkungsquerschnitt von Elektronen-Atom-Stößen)

$$E_{kin} \approx eE\bar{l}_e = eE \frac{kT}{\sqrt{2}Qp} \ll \frac{3}{2}kT \quad \Rightarrow \quad E \ll \frac{3Qp}{e\sqrt{2}}$$

- Temperaturunterschied über mittlere freie Weglänge \bar{l}_e klein

$$\bar{l}_e \text{ grad} T \ll T$$

- Strahlungsvorgänge spielen gegenüber Stoßprozessen eine untergeordnete Rolle.

2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbed.

Konsequenzen des LTG:

- Elektronentemperatur T_e gleich Schwerteilchen- bzw. Gastemperatur T_g
- Teilchendichten mit Massenwirkungsgesetz und Saha-Gleichung berechenbar
- Transportkoeffizienten (el. Leitfähigkeit, Wärmeleitfähigkeit, ...) mit LTG-Teilchendichten und Maxwell-Geschwindigkeit berechenbar
- Linienstrahlung mit Boltzmann-Besetzung der Zustände

Übersicht über die Vorlesung

- 1. Einleitung**
 - 1.1. Kenngrößen des Plasmas
 - 1.2. Anwendungen

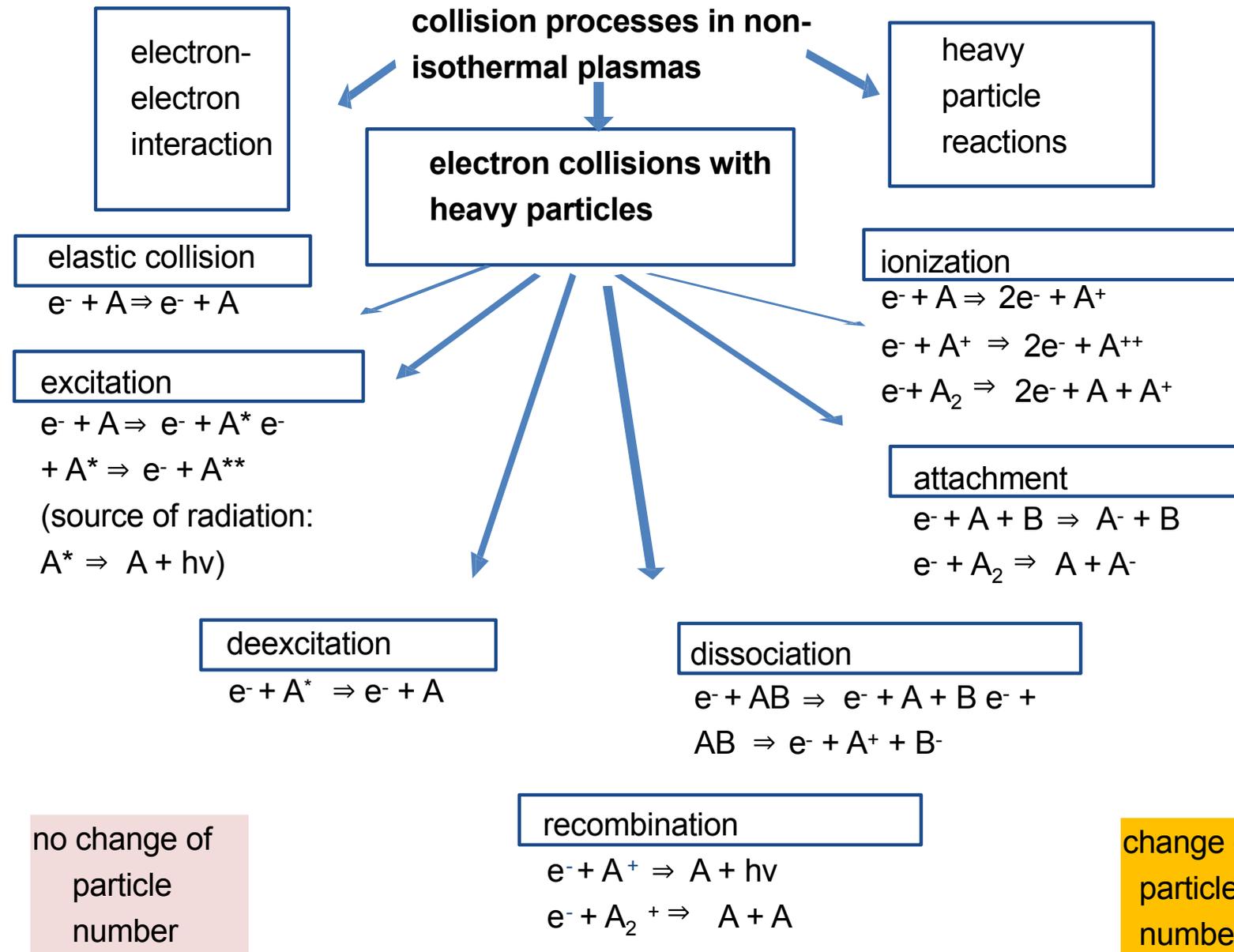
- 2. Physikalische Grundlagen des Plasmas**
 - 2.1. Grundbegriffe
 - 2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbedingungen
 - 2.3. Stossprozesse und Strahlung
 - 2.4. Plasmadynamik
 - 2.5. Transportprozesse

- 3. Erzeugung eines Plasmas**
 - 3.1. Stationäre Gasentladung
 - 3.2. Entladung im Wechselfeld

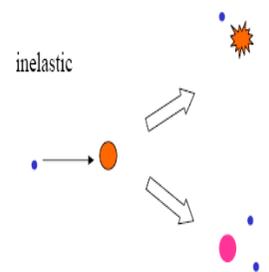
- 4. Plasmen in der technischen Anwendung**
 4. Überblick
 - 4.1. Niederdruckentladungen
 - 4.1.1. Plasma Oberflächen Prozesse
 - 4.1.2. Dünnschichtbeschichtungen
 - 4.1.3. Plasma Ätzprozesse
 - 4.1.4. Plasma Sputtern
 - 4.1.5. Plasma Funktionalisieren
 - 4.1.6. Plasma Strahler direkt
 - 4.2. Plasmafusion

- 5. Diagnostik**
 - 5.1. Überblick Verfahren
 - 5.11. Die Plasma Randschicht
 - 5.2. Sondenmessungen
 - 5.3. Mikrowellenmessungen

Gas Discharge Plasmas LP Overview



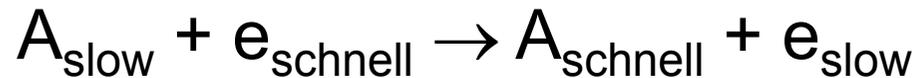
**collision processes :
generation
of charge carriers**



2.2. Stossprozesse

Elastische Elektronen – Schwerteilchenstösse (1)

Beim elastischen Stoß zwischen Elektron und Atom (oder Molekül oder Ion) überträgt das Elektron kinetische Energie auf das Atom.



Beim zentralen Stoß ist der Bruchteil übertragener Energie:

$$\delta_e = 2 \frac{m_e}{M}$$

also um so kleiner je schwerer das Atom ist.

Die mittlere freie Weglänge \bar{l}_e beträgt:

$$\bar{l}_e = 1/(Q \cdot n)$$

Hier ist Q eine Proportionalitätskonstante mit der Dimension einer Fläche. Diese Größe wird Wirkungsquerschnitt (cross section) genannt, n bezeichnet die Atomdichte.

Beispiel:

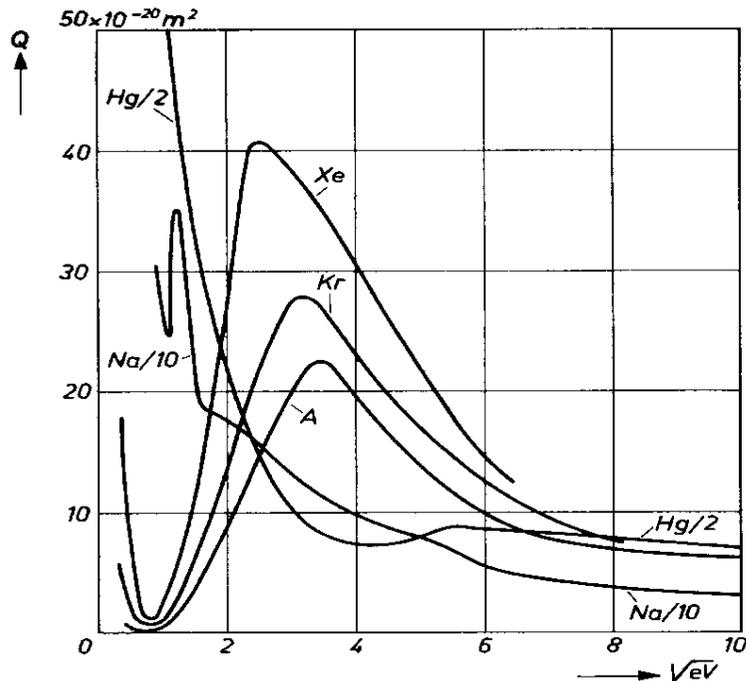
Niederdruckentladung: für $Q = 10^{-19} \text{m}^2$ und $p = n \cdot kT = 1 \text{ mbar}$ beträgt die mittlere freie Weglänge $\bar{l}_e = 0,3 \text{ mm}$.

Elastische Elektron- Schwerteilchenstöße (2)

Driftgeschwindigkeit v_e und Beweglichkeit b_e sind proportional \bar{l}_e !

Mit $a \approx 0,7$ für Elektronen ergibt sich die Beweglichkeit zu:

$$b_e = \frac{v_e}{E} = a \frac{e \cdot \bar{l}_e}{m_e \cdot \bar{v}_e}$$



Der elastische Stoßquerschnitt Q ist abhängig von der rel.

Elektronengeschwindigkeit: $v_e \propto \sqrt{E_e}$

E_e in Einheiten von eV, und in der Regel um so größer je schwerer das Atom ist.

Ramsauer-Effekt:

Abnahme von Q hin zu kleinerem v_e und Anstieg wieder bei noch kleinerem v_e

2.3 Stossprozesse

Ionisierende Stöße (1)

Ionisierung von Atomen durch Stoß mit Elektronen, die eine kinetische Energie größer als die Ionisierungsenergie haben; der Ionisierungsstoßquerschnitt Q_i ist abhängig von der Elektronenenergie.



Im lokalen thermischen Gleichgewicht (LTE) gilt die

> **Eggert-Saha-Gleichung:**

2.3 Stossprozesse u. Strahlung

Ionisierende Stöße (2)

Eggert-Saha-Gleichung

$$n_e n_i = n_0 \frac{2g_i (2\pi m_e kT)^{3/2}}{g_0 h^3} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right)$$

$n_{e,i}$	Elektronen- / Ionendichte
n_0	Neutralteilchendichte
$g_{i,0}$	Entartungszahlen Ion / Atom
T	Plasmatemperatur
E_i	Ionisierungsenergie
m_e	Elektronenmasse
k	Boltzmann-Konstante
h	Plancksches Wirkungsquantum

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Ionisierende Stösse (3)

Elektronen- / Ionendichte

Quasineutrales Plasma:

$$n_e = n_i$$

Ideales Gasgesetz (kleiner Ionisationsgrad):

$$p = nkT$$

$$n_e^2 = p \frac{2g_i (2\pi m_e)^{3/2} (kT)^{1/2}}{g_0 h^3} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right)$$

n_e	Elektronen- / Ionendichte
p	Druck
$g_{i,0}$	Entartungszahlen Ion / Atom
T	Plasmatemperatur
E_i	Ionisierungsenergie

m_e	Elektronenmasse
k	Boltzmann-Konstante
h	Plancksches Wirkungsquantum

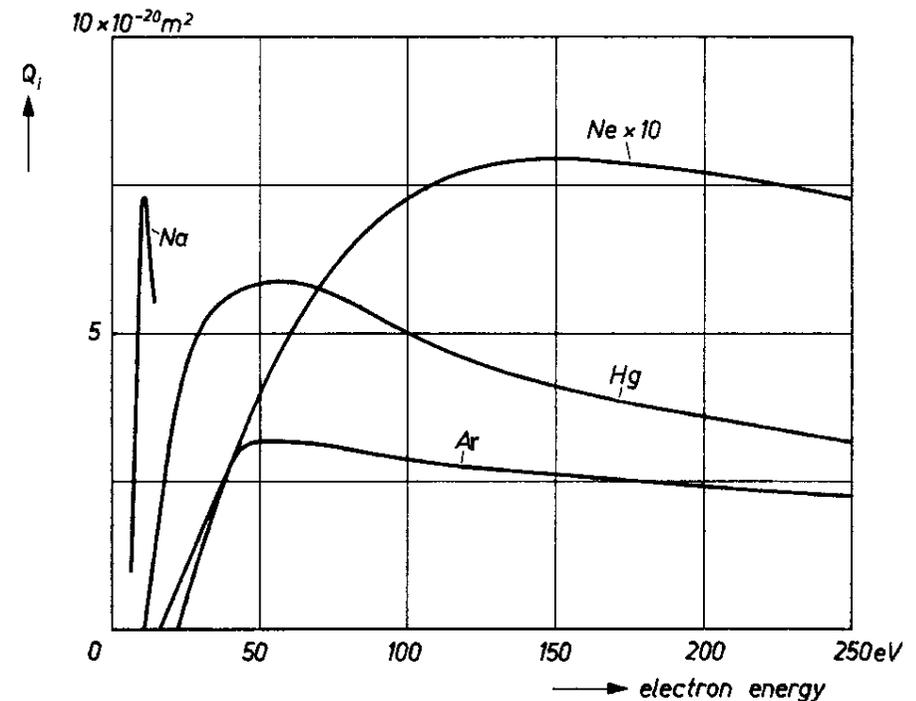
2.3 Stossprozesse u. Strahlung

Ionisierende Stösse (4)

Zur Ionisierung erforderliche freie Weglänge:

$$\bar{l}_i = \delta \cdot \frac{E_i}{eU}$$

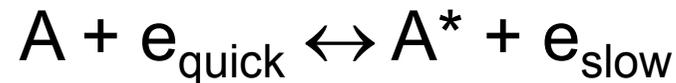
Wirkungsquerschnitt der Ionisation über
Elektronenenergie:



Die Erniedrigung der Ionisierungsenergie E_i wird vornehmlich durch das Mikrofeld der Elektronen bewirkt:

2.3 Stossprozesse u. Strahlung

Stossanregung und Linienstrahlung (1)



Anregung eines Atoms durch Elektronenstoß;
inverser Prozess - Stoß 2-ter Art: Abregung durch
inelastischen Stoß mit Elektron



Abregung durch spontane Emission

Anzahldichte angeregter Atome im LTE nach der Boltzmann-Statistik:

$$n_n^{(r)}(T) = \frac{g_n^{(r)}}{Z^{(r)}(T)} \cdot n^{(r)}(T) \cdot \exp\left(-\frac{E_n^{(r)}}{kT}\right)$$

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Stossanregung und Linienstrahlung (2)

Linienemissionskoeffizient:

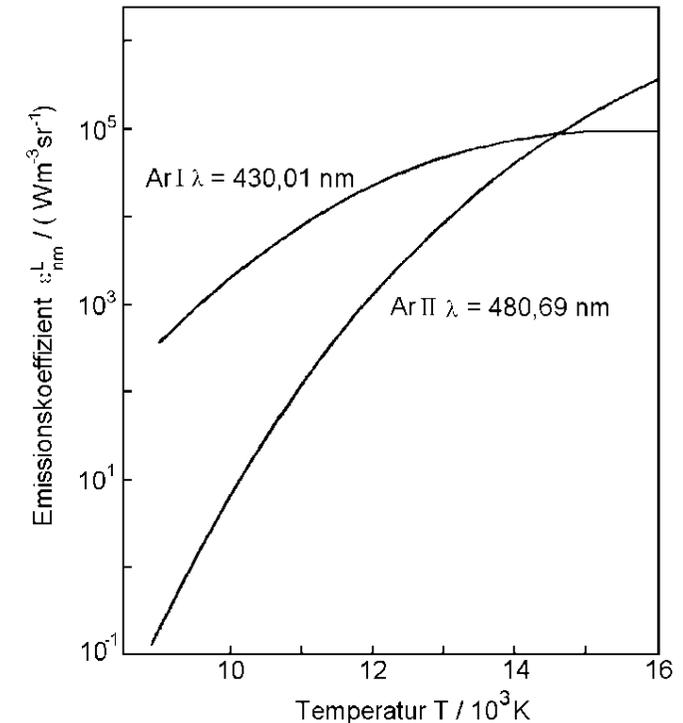
$$\varepsilon_{nm}^L(T) = \frac{hc}{4\pi} \frac{g_n^{(r)} \cdot A_{nm}^{(r)}}{\lambda_{nm}^{(r)}} \frac{n^{(r)}(T)}{Z^{(r)}(T)} \cdot \exp\left(-\frac{E_n^{(r)}}{kT}\right)$$

Linien-Emissionskoeffizient:

(Volumenstrahldichte $d^2\Phi/dVd\Omega$ des Übergangs vom Zustand $|n\rangle$ in den Zustand $|m\rangle$)

Beobachtete spektrale Strahldichte als Linienintegral über eine gerade Strecke G:

$$L_\lambda = \int_G \varepsilon_\lambda(\lambda, T(s)) ds$$



Linien-Emissionskoeffizienten von Argon in Abhängigkeit von der Temperatur bei $\lambda = 430,01$ nm und $\lambda = 480,69$ nm

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Einschub Linienstrahlung

Linienstrahlung entsteht beim Übergang eines angeregten Atoms oder Ions in einen Zustand niedrigerer Energie:

$$\varepsilon_{i,nm} = \frac{hc}{\lambda_{nm}} A_{i,nm} n_i \frac{g_{i,n}}{Z_i} e^{\frac{-E_{i,n}}{kT}} L_{i,nm}(\lambda)$$

Photonenenergie

Übergangswahrscheinlichkeit

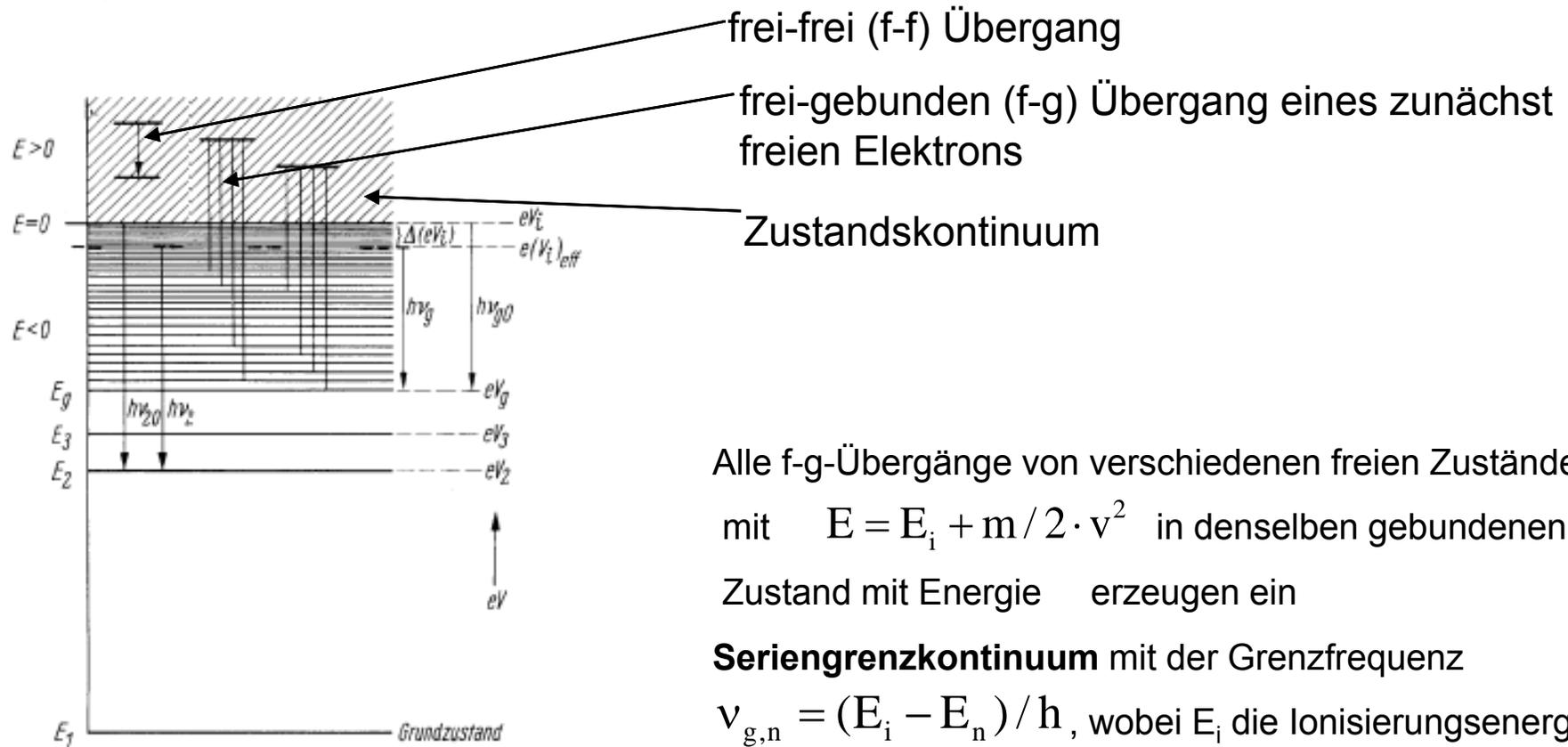
Anzahl angeregter Zustände (Boltzmann-Statistik)

- i: Atom i
- n/m: oberes / unteres Niveau des Strahlungsübergangs
- $g_{i,n}$: statistisches Gewicht des oberen Niveaus
- Z_i : Zustandssumme ($\sum_m g_{i,m} \cdot \exp(-E_{i,m}/kT)$)
- $A_{i,nm}$: Übergangswahrscheinlichkeit für Übergang $n \rightarrow m$ im Atom i
- λ_{nm} : Wellenlänge des Übergangs $n \rightarrow m$ ($\Delta E_{i,nm} = h\nu = hc/\lambda_{nm}$)
- n_i : Teilchendichte des Atoms i
- $E_{i,n}$: Energie des (oberen) Niveaus n
- $L_{i,nm}(\lambda)$: normiertes Linienprofil

* T. Thrum, *Numerische Modellierung gepulst betriebener Hochdruckentladungslampen*, Dissertation, Universität Karlsruhe (1997), Logos Verlag Berlin, ISBN 3-89722-036-9

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Übergänge von Elektronen (1)

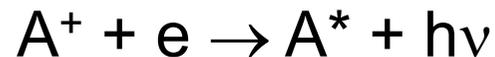
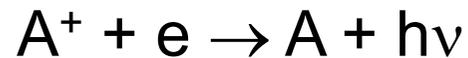


Schematische Übergänge von Elektronen im Atom

Alle f-g-Übergänge von verschiedenen freien Zuständen mit $E = E_i + m / 2 \cdot v^2$ in denselben gebundenen Zustand mit Energie E_n erzeugen ein **Seriengrenzkontinuum** mit der Grenzfrequenz $\nu_{g,n} = (E_i - E_n) / h$, wobei E_i die Ionisierungsenergie des Atoms ist.

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Übergänge von Elektronen (2)



Strahlungsrekombination: Ion rekombiniert mit Elektron unter Aussendung der frei werdenden Bindungsenergie als kontinuierliche Strahlung – **f-g-Übergang**

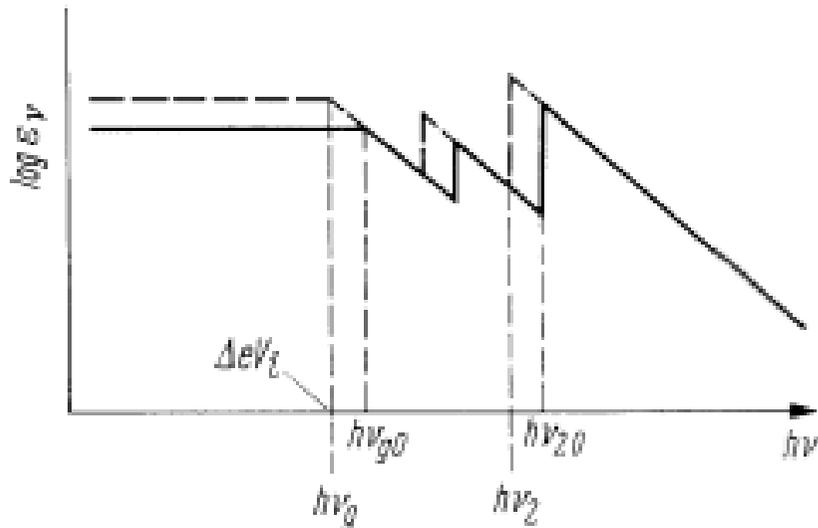
Die **Stoßrekombination** ist ein wahrscheinlicher f-g-Übergang in Hochdruck-Plasmen

Elektron wird im Feld eines Ions abgebremst; die verlorene kinetische Energie wird als **Bremskontinuum** emittiert – f-f-Übergang

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Übergänge von Elektronen (3)

Brems- und Rekombinationskontinuum (1)



Emittierte Photonenenergie des Seriengrenzkontinuums n:

$$h\nu = E - E_n = E_i + m/2 \cdot v^2 - E_n = h\nu_{g,n} + m/2 \cdot v^2$$

Da im LTE die freien Elektronen eine Maxwell-Verteilung der Geschwindigkeit haben, nimmt die kontinuierliche Emission für $v > v_{g,n}$ exponentiell mit der Frequenz ab:

$$\varepsilon_v^K(T) \propto \frac{n_e(T)n^{(r)}(T)}{(kT)^{3/2}} \exp\left[\frac{h(v_{g,n} - \nu)}{kT}\right], \quad r \geq 1$$

Beachte: Rekombinationskontinuum ist proportional der Elektronen- und Ionendichte!

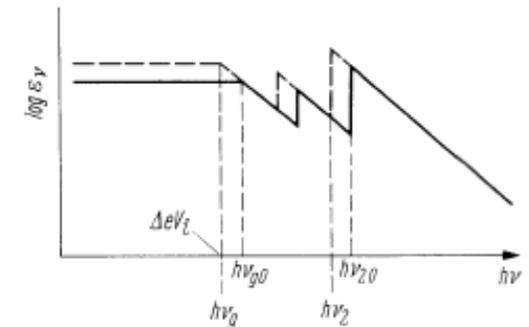
2.3 Stossprozesse und Strahlung

Brems- und Rekombinationskontinuum (2)

Dicht unterhalb E_i liegen die Atomzustände energetisch so dicht, dass sie zusammen mit dem Grenzkontinuum ein Quasikontinuum bilden, so dass die Strahlungen durch f-f-Übergänge (Bremskontinuum) und f-g-Übergänge in Niveaus dicht unterhalb E_i sich zu einem frequenzunabhängigen Kontinuum im roten Spektralbereich überlagern.

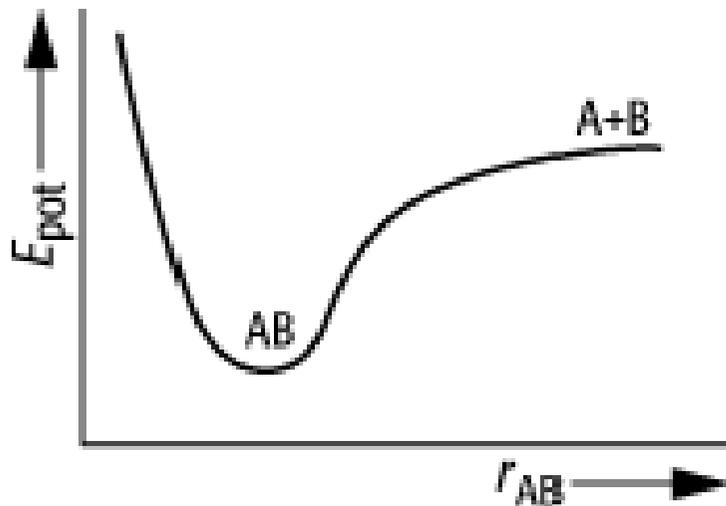
Nach KRAMERS und UNSÖLD beträgt der zugehörige Emissionskoeffizient für wasserstoffähnliche Elemente:

$$\varepsilon_{\lambda}^K(T) = \frac{e^6}{3\sqrt{3}\pi c^2 \varepsilon_0^3 h^3} \frac{\xi(\lambda, T)}{\lambda^2} \frac{Z^{(r+1)}(T)}{Z^{(r)}(T)} kT n^{(r)}(T) \exp\left(-\frac{E_{I,eff}^{(r)}}{kT}\right)$$



2.3 Stossprozesse und Strahlung

Potenzialkurve Molekülbildung AB

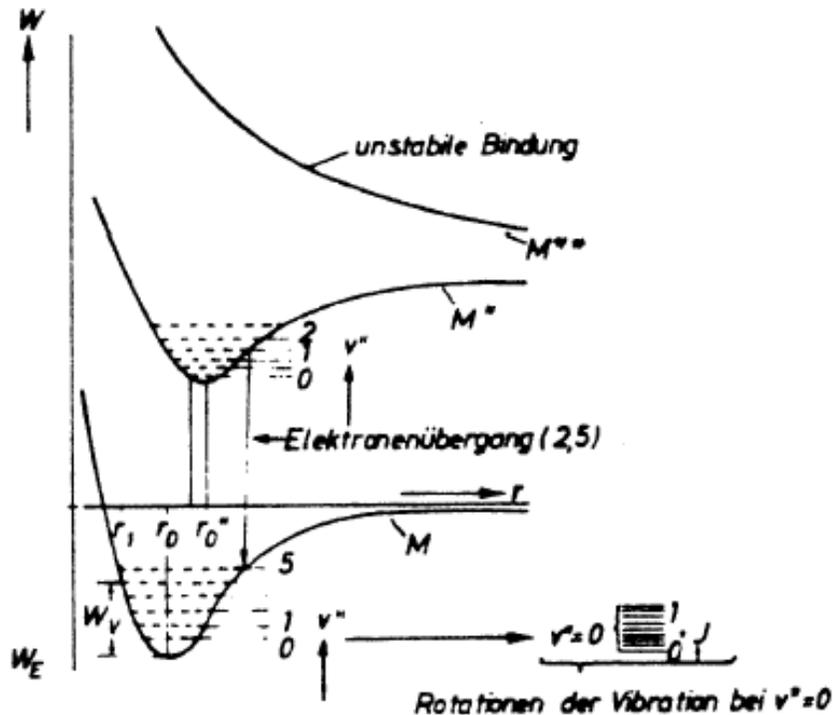


Bei kleinem Abstand r_{AB} dominiert die Coulomb-Abstoßung der beiden Kerne der Atome A und B. Bei größerem Abstand r_{AB} überwiegt die Anziehung, weil sich die Bindungselektronen an beiden Atomen aufhalten können. Dadurch sinkt die potenzielle Energie. Im Minimum der Potenzialkurve bei r_0 sind beide Kräfte gleich groß, d. h.. es liegt eine stabile chemische Bindung vor = Molekül AB (Bindungsenergie, Bindungslänge).

Mit wachsendem Kernabstand nehmen die Austauschwechselwirkungen (Austausch) der bindenden Elektronen ab, bis das Molekül in die Atome A und B dissoziiert.

2.3 Stossprozesse und Strahlung

Schwingungs- und Rotationsübergänge im Molekül



Zustandekommen der Potentialkurven: Energie eines zweiatomigen Moleküls als Funktion des Abstandes zwischen den Atomkernen (Beiträge der Rotation und Vibration stark vergrößert).

M : Molekül (und Atome) im Grundzustand

M^* : Molekül im angeregten Zustand

M^{**} : unstabiles Molekül

In der Molekülspektroskopie werden die zu einem bestimmten Elektronenübergang gehörenden Werte der unteren Terme der Schwingungs-, Rotationsübergänge (Bande) mit v'' (bzw. J'') und die oberen Terme mit v' (bzw. J') bezeichnet.

Übersicht über die Vorlesung

1. **Einleitung**
 - 1.1. Kenngrößen des Plasmas
 - 1.2. Anwendungen

2. **Physikalische Grundlagen des Plasmas**
 - 2.1. Grundbegriffe
 - 2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbedingungen
 - 2.3. Stossprozesse und Strahlung
 - 2.4. Plasmadynamik
 - 2.5. Transportprozesse

3. **Erzeugung eines Plasmas**
 - 3.1. Stationäre Gasentladung
 - 3.2. Entladung im Wechselfeld

4. **Plasmen in der technischen Anwendung**
 4. Überblick
 - 4.1 Niederdruckentladungen
 - 4.1.1 Plasma Oberflächen Prozesse
 - 4.1.2 Dünnschichtbeschichtungen
 - 4.1.3 Plasma Ätzprozesse
 - 4.1.4 Plasma Sputtern
 - 4.1.5 Plasma Funktionalisieren
 - 4.1.6 Plasma Strahler direkt
 - 4.2. Plasmafusion

5. **Diagnostik**
 - 5.1 Überblick Verfahren
 - 5.1.1 Die Plasma Randschicht
 - 5.2 Sondenmessungen
 - 5.3 Mikrowellenmessungen

Grundgleichungen

Bewegungsgleichungen für ein geladenes Teilchen, wenn elektrische und magnetische Felder vorhanden sind:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left[\underbrace{\vec{E}(\vec{r}, t)}_{\text{durch E- Feld}} + \underbrace{\vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}, t)}_{\text{Lorentz Kraft}} \right]$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}(t)$$

Teilchenbewegung bei konstanten Feldern

Lösung der Grundgleichungen für Sonderfälle:

Für die gegebene Feldkonfiguration

$$\vec{E} = \vec{E}_0, \vec{B} = 0$$

bewegt sich ein Teilchen mit konstanter Beschleunigung entlang des vorgegebenen elektrischen Feldes:

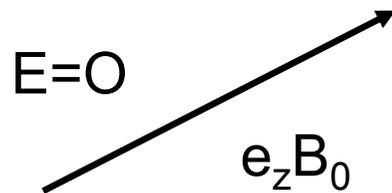
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a}_0 t^2$$

mit der Position r_0 , der Geschwindigkeit v_0 und der Beschleunigung $a_0 = qE_0/m$.

2.4 Plasmadynamik

Teilchenbewegung bei magnetischen Feldern

Für ein konstantes magnetisches Feld $B = e_z B_0$ entlang der z-Achse mit $E = 0$ gilt:



$$m \frac{d v_x}{dt} = q v_y B_0 \quad \text{Gl1}$$

$$\boxed{\phantom{m \frac{d v_y}{dt} = -q v_x B_0}} \quad \text{Gl2}$$

$$m \frac{d v_z}{dt} = 0$$

Die Bewegung in z-Richtung ist entkoppelt von den Bewegungen in x- und y-Richtung! Differenziert man Gleichung 1 und eliminiert v_y in Gleichung 2 so erhält man mit ω_c die Gyrationfrequenz darstellt.:

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = - \left(\frac{q B_0}{m} \right) v_x$$

$$\boxed{\omega_c = - \frac{q B_0}{m}}$$

2.4 Plasmadynamik

Teilchenbewegung bei konstanten Feldern

Die Lösung dieser Gleichung erfolgt mit

$$v_x = v_{s,0} \cos(\omega_c t + \varphi_0)$$

$$v_y = -v_{s,0} \sin(\omega_c t + \varphi_0)$$

$$v_z = v_{z,0}$$

Wobei v_s die Geschwindigkeit senkrecht zu B_0 beschreibt. Integriert man die Gleichung , so erhält man die Teilchenpositionen:

$$x = r_c \sin(\omega_c t + \varphi_0) + (x_0 - r_c \sin \varphi_0)$$

$$y = r_c \cos(\omega_c t + \varphi_0) + (y_0 - r_c \cos \varphi_0)$$

$$z = z_0 + v_{z,0} t$$

Dabei gilt für r_c , dem Radius der Gyrationbewegung der Teilchen um die B-Feldlinien:

$$r_c = \frac{v_{s,0}}{|\omega_C|}$$

Teilchenbewegung bei konstanten Feldern

Die Teilchen gyrieren in einer Kreisbewegung um das magnetische Feld (also senkrecht zu B). Die zugehörige Gyrationfrequenz ist ω_c , der Gyrationradius r_c .

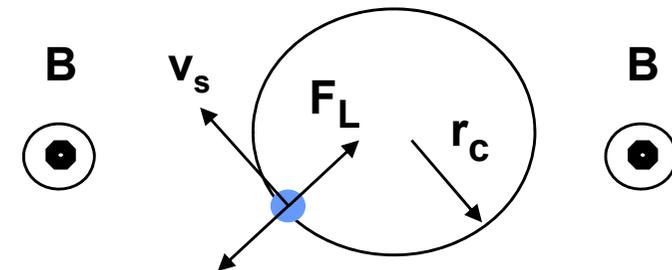
Der Mittelpunkt des Gyrationkreises bewegt sich auf einer Bahn entlang

$$z = z_0 + v_{z0}t.$$

Positive Ladungen gyrieren um die Magnetfeldlinien gemäß der „Linke-Hand-Regel“. Das Kräftegleichgewicht der Bewegung ist gegeben durch:

$$\left| q v_{s0} B_0 \right| = \frac{m v_{s,0}^2}{r_c}$$

Dieses Kräftegleichgewicht und die zugehörige Kreisbewegung sind rechts gezeigt:



2.4 Plasmadynamik

Praktische Einheiten der Teilchenbewegung

Für Elektronen und Ionen:

$$f_{c,e} = \frac{\omega_{c,e}}{2\pi} \approx 2.80 \cdot 10^6 B_0 \text{ [Hz]} \quad (B_0 \text{ in Gauss})$$

$$r_{c,e} = \frac{3.37 \sqrt{E_e}}{B_0} \text{ [cm]} \quad (\text{Elektronenenergie } E_e \text{ in Volt})$$

$$f_{c,i} = \frac{\omega_{c,i}}{2\pi} \approx \frac{1.52 \cdot 10^3 B_0}{m_i} \text{ [Hz]} \quad (B_0 \text{ in Gauss, } m_i \text{ in amu})$$

$$r_{c,i} = \frac{1.44 \cdot 10^2 \sqrt{E_i}}{B_0} \text{ [cm]} \quad (E_i \text{ in Volt})$$

Praktische Einheiten der Teilchenbewegung

Beispiele:

Argon- Plasma mit 100 G Magnetfeld, 15 eV-Elektronen, 25 meV-Ion
(Zimmertemperatur) und $m_{Ar} = 40$ amu

für Elektronen: $r_{c,e} = 1.3\text{mm}$ und $f_{c,e} = 280\text{MHz}$

für Ionen: $r_{c,i} = 14\text{ mm}$ und $f_{c,i} = 3,8\text{ kHz}$

Bemerkungen:

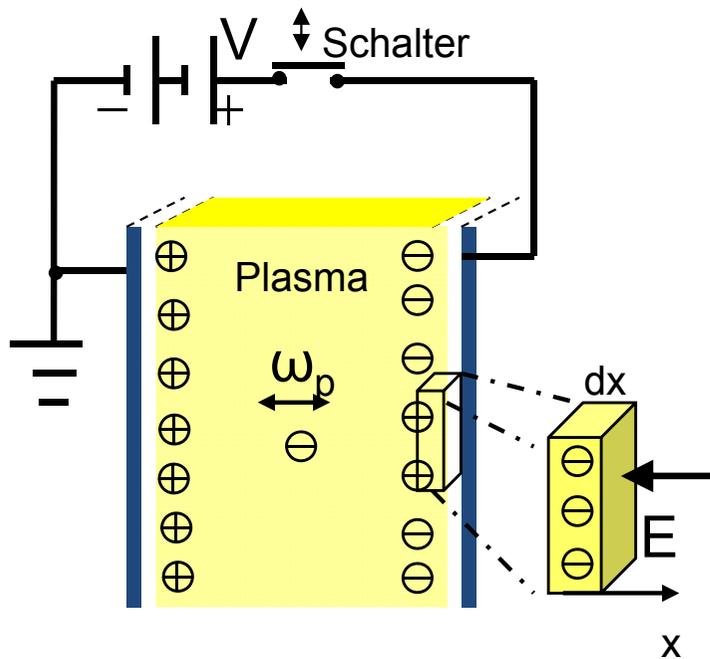
Geladene Teilchen werden im Plasma von Magnetfeldlinien „festgehalten“.

Der magnetische Einschluss ist für Elektronen viel besser als für Ionen.

2.4 Plasmadynamik

Magnetfeldfreie Plasmen Plasmaoszillationen

Plasmen zeichnen sich durch eine charakteristische Dynamik der *Raumladungsschwankungen* aus. -> durch die Auslenkung von Elektronen im Plasma wird eine elektrische Feldstärke erzeugt, diese wirkt ihrerseits eine rücktreibende Kraft auf die Elektronen: Oszillation



Skizze Plasma mit äußerer Beschaltung und Vergrößerung des Randbereiches

Für die Oberflächenbox gilt:

Mit Oberflächenladungsdichte $\sigma = neX$ [C/m²]

Mit elektr. Feldstärke $E = \sigma / \epsilon_0 = neX / \epsilon_0$ [V/m]

folgt für die Bewegungsgleichung eines Elektrons folgt:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = -eE = -\frac{ne^2 X}{\epsilon_0}$$

2.4 Plasmadynamik

Plasmafrequenz

Differentielle Gleichung eines harmonischen Oszillators mit der Frequenz:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = - \underbrace{\left(\frac{ne^2}{m\epsilon_0} \right)} X$$

**Plasmafrequenz
der Elektronen:**

$$\omega_P = \left(\frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \right)^{1/2} \quad (\text{rad/s})$$

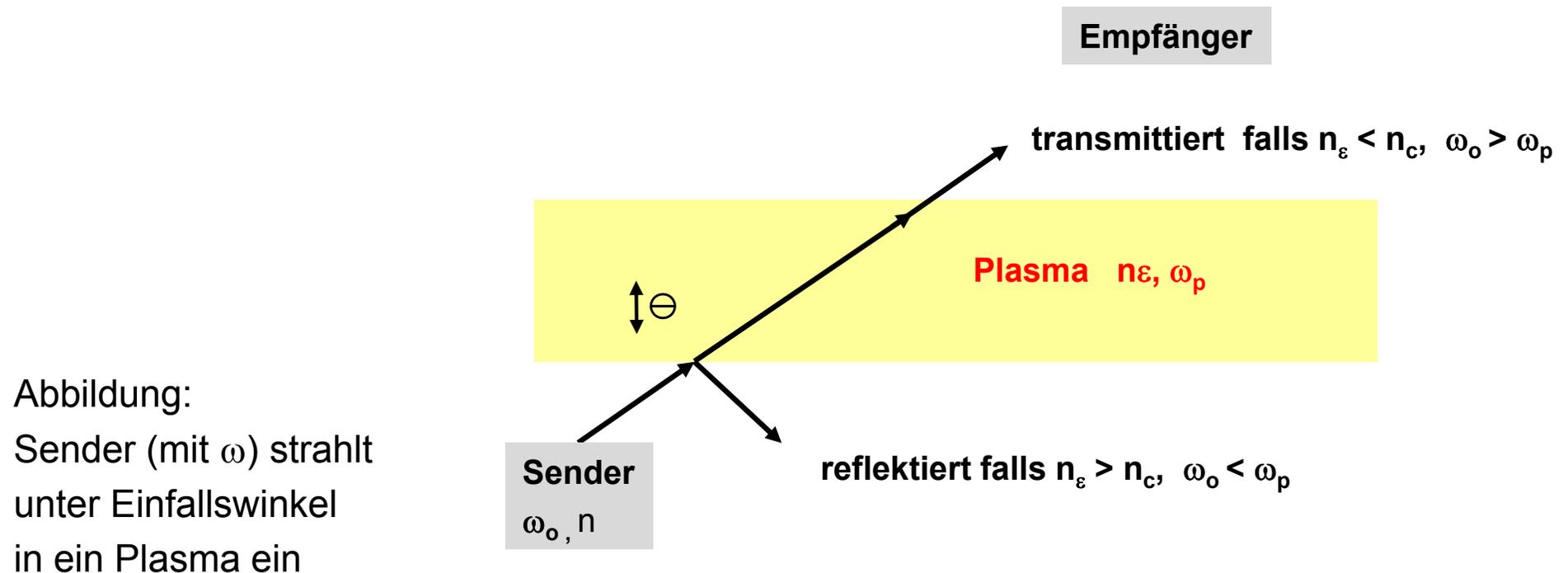
Auch in Plasmen bei denen Ionen oszillieren (mit m_i). Numerisch basiert die Plasmafrequenz auf der Elektronendichte in Teilchen pro Kubikmeter

$$\nu_P = 8.890 n_e^{1/2} [Hz]$$

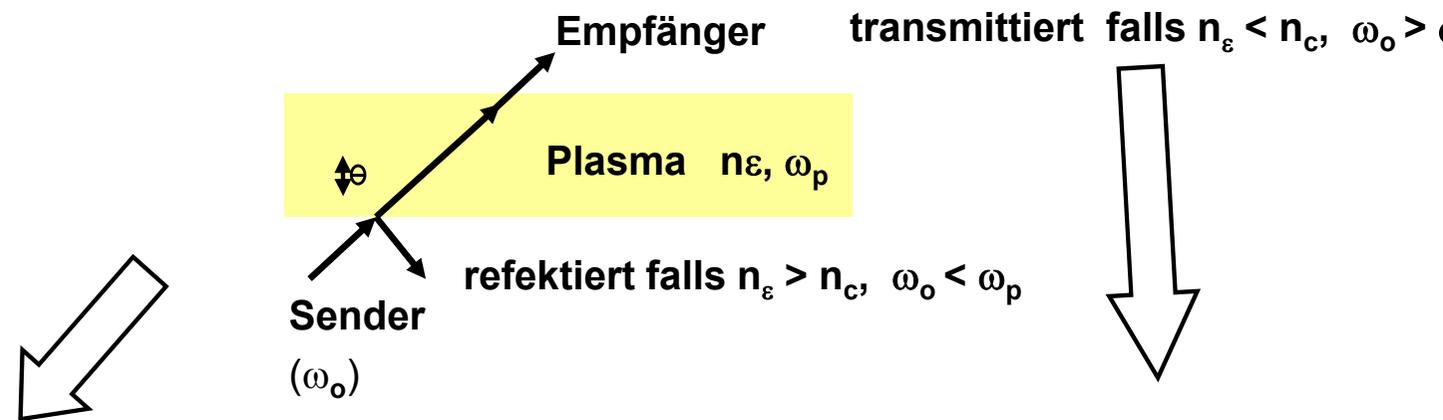
Beispiel: für Industrieplasmen mit $n_e = 10^{16}$ Teilchen/m³ ist $\nu = 0,898$ GHz

Auswirkung der Plasmafrequenz

Die Elektron- Plasma Frequenz ist kritisch für die Wellenausbreitung in Plasmen.



Auswirkungen der Plasmafrequenz



Absorbiert oder refektiert falls, $\omega_o < \omega_p$
Plasmarand wird als Dipol angeregt und strahlt zurück
Wichtig für AM Band Reflektion an der Erd Ionosphäre

Reflektion falls $n_\epsilon > n_c,$
Plasmarand wird als Dipol angeregt und strahlt zurück

Transmission falls, $\omega_o > \omega_p$
Welle passiert Plasma ohne
Abschwächung
Wichtig für FM und Fernsehbander
über 90Mhz

Transmission falls $n_\epsilon < n_c,$
Welle passiert Plasma ohne
Abschwächung

Auswirkungen der Plasmafrequenz

Liegt die Elektronendichte über einer kritischen Dichte n_c , wird die in ein Plasma eingestrahlte Welle (mit der Frequenz ν) reflektiert:

$$n_c = \frac{\omega^2 m_e \varepsilon_0}{e^2} = \frac{4\pi^2 m_e \varepsilon_0}{e^2} \nu^2 \quad (\text{Elektronen/m}^3)$$

Mit der Substitution der Naturkonstanten ergibt sich die kritische Dichte als Funktion der einfallenden Frequenz ν zu:

$$n_c = 1.2404 \times 10^{-2} \nu^2 \quad (\text{Elektronen/m}^3)$$

Mit der Mikrowellenfrequenz bei 2.45 GHz ergibt sich eine kritische Elektronendichte von 7.45×10^{16} Elektronen/m³.

Übersicht über die Vorlesung

- 1. Einleitung**
 - 1.1. Kenngrößen des Plasmas
 - 1.2. Anwendungen

- 2. Physikalische Grundlagen des Plasmas**
 - 2.1. Grundbegriffe
 - 2.2. Verteilungen und Gleichgewichtsbedingungen
 - 2.3. Stossprozesse und Strahlung
 - 2.4. Plasmadynamik
 - 2.5. Transportprozesse

- 3. Erzeugung eines Plasmas**
 - 3.1 Stationäre Gasentladung
 - 3..2 Entladung im Wechselfeld

- 4. Plasmen in der technischen Anwendung**
 4. Überblick
 - 4.1 Niederdruckentladungen
 - 4.1.1 Plasma Oberflächen Prozesse
 - 4.1.2 Dünnschichtbeschichtungen
 - 4.1.3 Plasma Ätzprozesse
 - 4.1.4 Plasma Sputtern
 - 4.1.5 Plasma Funktionalisieren
 - 4.1.6 Plasma Strahler direkt
 - 4.2. Plasmafusion

- 5. Diagnostik**
 - 5.1 Überblick Verfahren
 - 5.11 Die Plasma Randschicht
 - 5.2 Sondenmessungen
 - 5.3 Mikrowellenmessungen

2.5 Transportprozesse*

Grundlegende Transportprozesse:

- **Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz)**
- **Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz)**
- **Energietransport durch Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz)**
- **Impulstransport durch innere Reibung**

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz):

j :	Teilchenflussvektor [$\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$]
D :	Diffusionskoeffizient [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
grad n :	Teilchendichtegradient = treibende Kraft [m^{-4}]

$$\vec{j} = -D \cdot \text{grad } n$$

Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz):

j_{el} :	Ladungsflussvektor = el. Stromdichte [$\text{C m}^{-2} \text{s}^{-1} = \text{Am}^{-2}$]
σ :	elektrische Leitfähigkeit [$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$]
grad φ :	Potentialgradient = neg. el. Feld = treibende Kraft [V m^{-1}]

$$\vec{j}_{\text{el}} = -\sigma \cdot \text{grad } \varphi$$

Impulstransport durch innere Reibung:

j_p :	Impulsflussvektor = el. Stromdichte [N m^{-2}]
η :	Viskosität [$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$]
grad v :	Geschwindigkeitsgradient = treibende Kraft [s^{-1}]

$$\vec{j}_p = -\eta \cdot \text{grad } v$$

Energietransport durch Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz):

q :	Wärmeflussvektor = [W m^{-2}]
λ :	Wärmeleitfähigkeit [$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$]
grad T :	Temperaturgradient = treibende Kraft [K m^{-1}]

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad } T$$

2.5 Transportprozesse

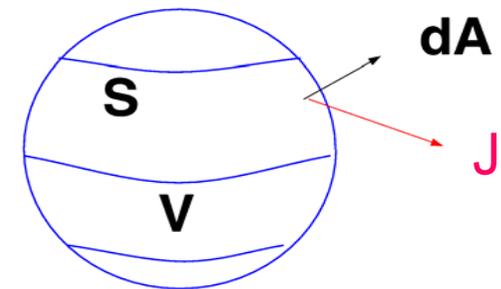
Diffusion und Transport

Transportgleichungen

- für gegebenes Volumen, definiere Flussfunktion J durch Oberfläche (Teilchenzahl pro Fläche und Zeit):

- erhalte Teilchenbilanz

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\oint \vec{J} d\vec{A} + \int S dV$$



Quellterm S : Teilchen, die im Plasmavolumen generiert werden
z.B. durch Ionisation.

2.5 Transportprozesse*

Grundlegende Transportprozesse:

- **Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz)**
- **Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz)**
- **Energietransport durch Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz)**
- **Impulstransport durch innere Reibung**

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Diffusion und Transport

- Teilchenbilanz kann als DGL geschrieben werden:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\oint \vec{J} d\vec{A} + \int S dV$$

$$\int \frac{\partial n}{\partial t} dV = -\int \nabla \cdot \vec{J} dV + \int S dV$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = -\text{grad} \cdot \vec{J} + S}$$

- Ähnliche Gleichung ergibt sich für Energiebilanz
- Um Transport zu analysieren, machen wir folgenden Ansatz

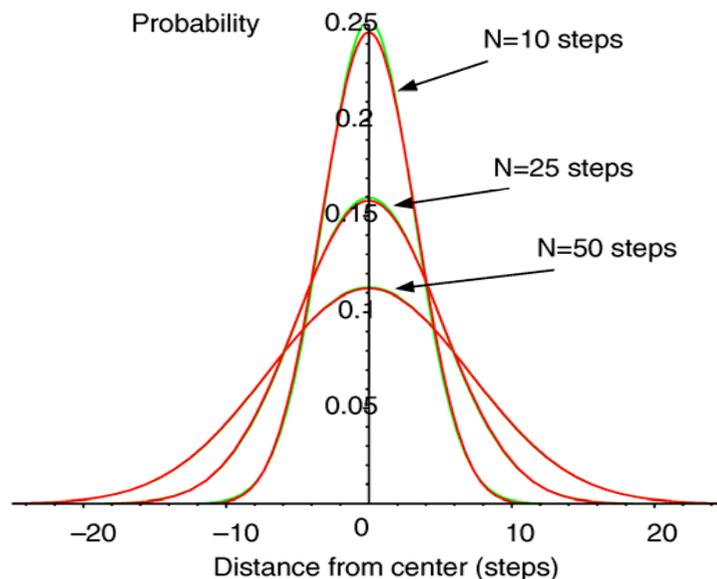
$$\vec{J} = -D \text{grad} n + n \vec{v}$$

d.h. Diffusion und Konvektion separiert

2.5 Transportprozesse

Zur Diffusion

- Diffusionskoeffizienten aus „random walk ansatz“:



rot: Binomialverteilung

grün: $\exp\left(-\frac{x^2}{2N\delta x^2}\right)$

- Schrittlänge δx Schrittdauer: δt

Mittlere Zeit, um einen Punkt an x zu erreichen:

Für gegebene δt , δx : steigt Einschusszeit \propto (radius)²

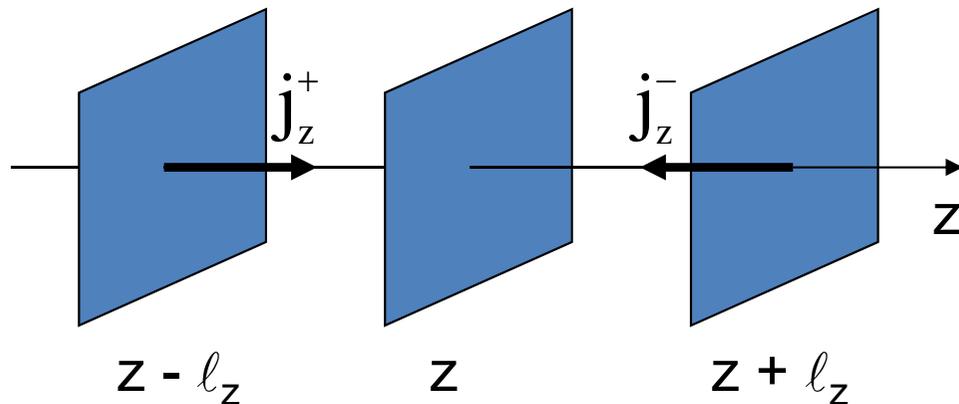
$$t = x^2 \frac{\delta t}{\delta x^2}$$

2.5 Transportprozesse

Diffusionskoeffizienten* (1)

Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz):

$$\vec{j} = -D \cdot \text{grad } n$$



$$j_z = j_z^+ - j_z^- =$$

$$= n(z - l_z) \cdot \frac{\langle V \rangle_z}{2} - n(z + l_z) \cdot \frac{\langle V \rangle_z}{2} =$$

$$= - \left[\frac{n(z + l_z) - n(z - l_z)}{2l_z} \right] l_z \langle V \rangle_z =$$

$$= - \frac{dn}{dz} l_z \langle V \rangle_z =$$

$$= - \frac{1}{3} l \langle V \rangle \frac{dn}{dz} = -D \frac{dn}{dz}$$

l_z : mittlere freie Weglänge (in z-Richtung)
 $\langle V \rangle_z$: mittlere Geschwindigkeit (in z-Richtung)

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Diffusionskoeffizienten* (2)

Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz):

$$\vec{j} = -D \cdot \text{grad } n$$

Maxwell-Verteilung:

$$\langle \mathbf{V} \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Mittlere freie Weglänge:

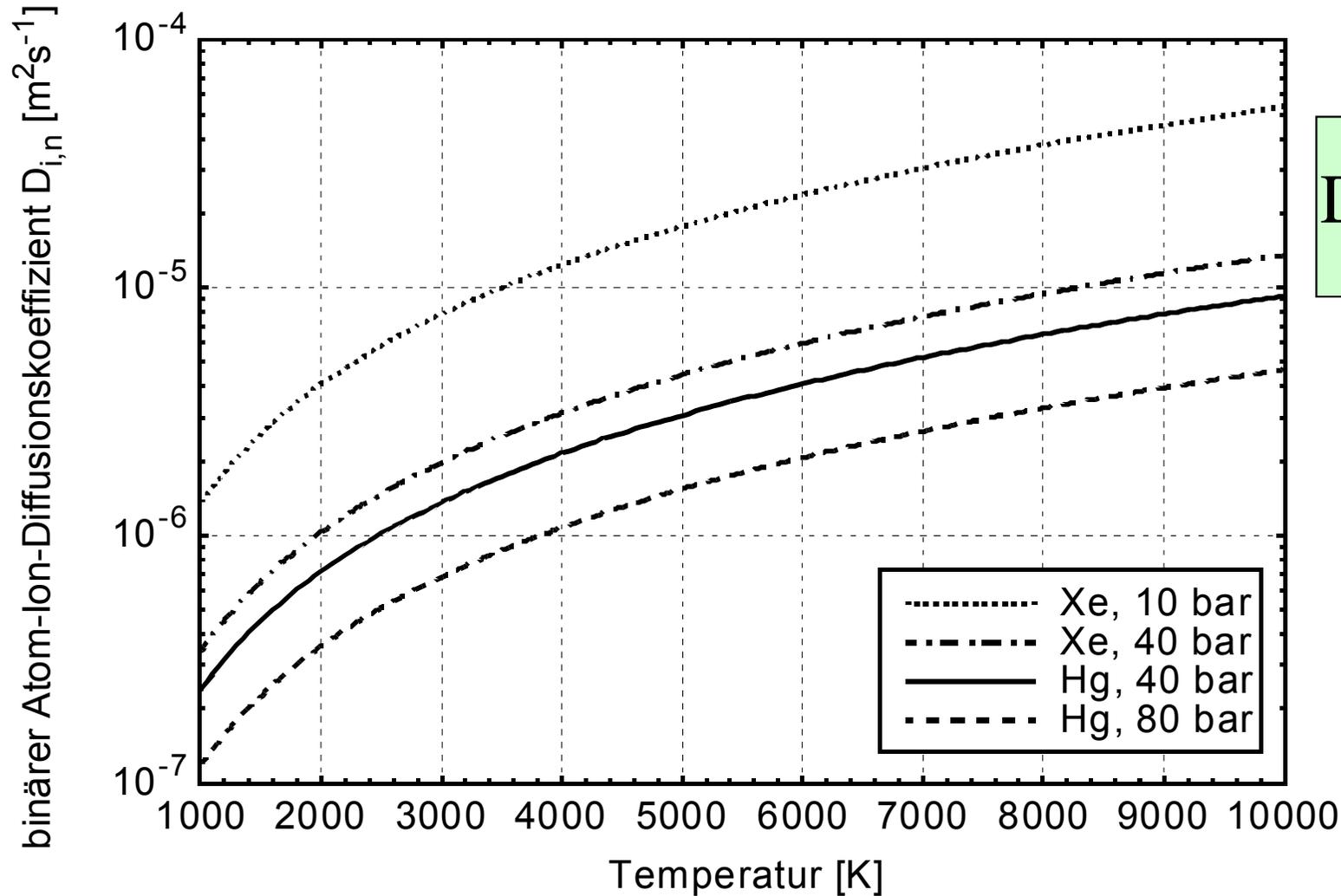
$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}Qn} = \frac{1}{\sqrt{2}Qp} kT$$

$$D = \frac{1}{3} \ell \langle \mathbf{V} \rangle = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{pQ} \sqrt{\frac{(kT)^3}{m}} \propto \frac{T^{3/2}}{p}$$

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Diffusionskoeffizienten* (3)



* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Teilchendiffusion und Beweglichkeit

Bewegungsgleichung für ein Teilchen im Plasma:

$$\underbrace{n \cdot m \cdot \ddot{x}}_{\text{Beschleunigungs-}} + \underbrace{n \cdot m \cdot \dot{x} \cdot \nu_{\text{Sto\ss}}}_{\text{Reibungs-}} + \underbrace{\nabla p}_{\text{Druck-}} = \underbrace{n \cdot q \cdot E}_{\text{Kraft durch}} \quad \text{el. Feld}$$

Für stationäres Plasma folgt Teilchenfluss:

$$J_n = n \cdot \dot{x} = -\frac{\nabla p}{m \cdot \nu} + \left(\frac{q}{m \cdot \nu}\right) \cdot n \cdot E - \left(\frac{kT}{m \cdot \nu}\right) \cdot \nabla n - \left(\frac{n}{m \cdot \nu}\right) \cdot \nabla kT$$

Niedertemperatur-Plasma

2.5 Transportprozesse

Teilchendiffusion und Beweglichkeit

$$J_n = -D_n \cdot \nabla n + \mu_n \cdot n \cdot E$$

$$D_n = \frac{kT_n}{m_n \cdot v_n} \left[\frac{m^2}{s} \right] \quad \mu_n = \frac{|q_n|}{m_n \cdot v_n} \left[\frac{m^2}{Vs} \right]$$

Diffusionskoeffizient

Mobilitätskonstante

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

Diffusionskoeffizient stimmt mit dem aus „random walk“-Ansatz überein!

2.5 Transportprozesse

Ambipolare Diffusion

Gesamtfluss von positiven und negativen Ladungsträgern aus Plasma muss gleich sein (Quasineutralität!)

$$J_e = -\mu_e \cdot n_e E - D_e \nabla n_e = J_i = \mu_i \cdot n_i E - D_i \nabla n_i$$

Erreicht durch E-Feld:

$$E_a = \frac{D_i - D_e}{\mu_i + \mu_e} \cdot \frac{\nabla n}{n} \quad (n_e = n_i)$$

Ambipolarer Teilchenfluss:

$$J_a = -\frac{\mu_i D_e + \mu_e D_i}{\mu_i + \mu_e} \cdot \nabla n \equiv -D_a \cdot \nabla n$$
$$D_a = \frac{\mu_i D_e + \mu_e D_i}{\mu_i + \mu_e}$$

2.5 Transportprozesse

Ambipolare Diffusion

Wegen: $\mu_e \gg \mu_i$ $D_a \approx D_i + \frac{\mu_i}{\mu_e} \cdot D_e$

und $\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$

$$D_a \approx D_i \cdot \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right)$$

In Niedertemperaturplasmen oft $T_e \gg T_i$

$$J_i = J \approx \mu_i \cdot n \cdot E_a$$

Elektronen ziehen Ionen hinaus

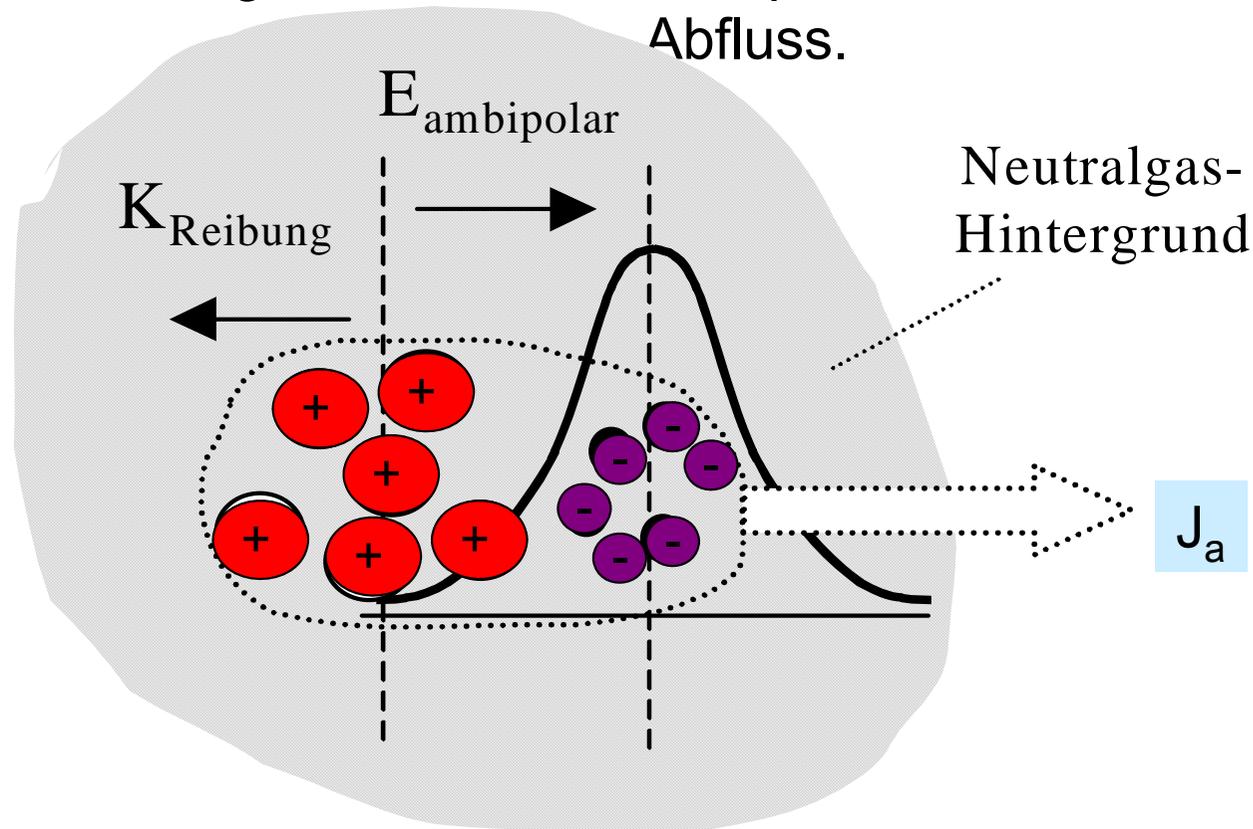
$$J_e = J \approx -\mu_e \cdot n \cdot E_a - D_e \nabla n$$

Ionen halten Elektronen zurück

2.5 Transportprozesse

Ambipolare Diffusion

Ladungstrennung im Volumen: ambipolares Feld verhindert Elektronen-Abfluss.



$$J_e = J \approx -\mu_e \cdot n \cdot E_a - D_e \nabla n \approx 0$$

2.5 Transportprozesse

Ambipolare Diffusion

$$J_e = J \approx -\mu_e \cdot n \cdot E_a - D_e \nabla n \approx 0$$

$$\mu_e \cdot n \cdot E_a = -D_e \nabla n$$

$$\nabla n / n = -E_a \cdot \mu_e / D_e = -eE_a / kT$$

Elektronendichte ist Boltzmann-Verteilung:

$$n_e = n_{e0} \cdot e^{-\int e \cdot E_a(x) \cdot dx / kT}$$

2.5 Transportprozesse

Zusammenfassung: Diffusion und Transport

$$J_n = -D_n \cdot \nabla n + \mu_n \cdot n \cdot E$$

$$D_n = \frac{kT_n}{m_n \cdot v_n} \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

Diffusionskoeffizient

$$\mu_n = \frac{|q_n|}{m_n \cdot v_n} \left[\frac{m^2}{Vs} \right]$$

Mobilitätskonstante

Aus Ambipolaritäts-Forderung folgt:

$$D_a = \frac{\mu_i D_e + \mu_e D_i}{\mu_i + \mu_e}$$

2.5 Transportprozesse*

Grundlegende Transportprozesse:

- **Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz)**
- **Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz)**
- **Energietransport durch Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz)**
- **Impulstransport durch innere Reibung**

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Elektrische Leitfähigkeit* (1)

Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz):

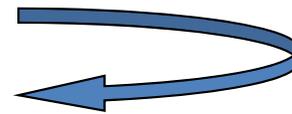
$$\vec{j}_{el} = -\sigma \cdot \text{grad } \varphi$$

$$\vec{j}_{el} = \vec{j}_i + \vec{j}_e$$

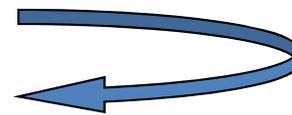
$$= en_i \mu_i \vec{E} + en_e \mu_e \vec{E} \approx$$

$$\approx en_e \mu_e \vec{E} =$$

$$= en_e \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{el_e}{m_e \langle V_e \rangle} \vec{E} =$$



$\mu_e \gg \mu_i$ wegen $m_e \ll m_i$



$$\mu_e = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{el_e}{m_e \langle V_e \rangle}$$

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Elektrische Leitfähigkeit* (2)

Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz):

$$\vec{j}_{el} = -\sigma \cdot \text{grad } \varphi$$

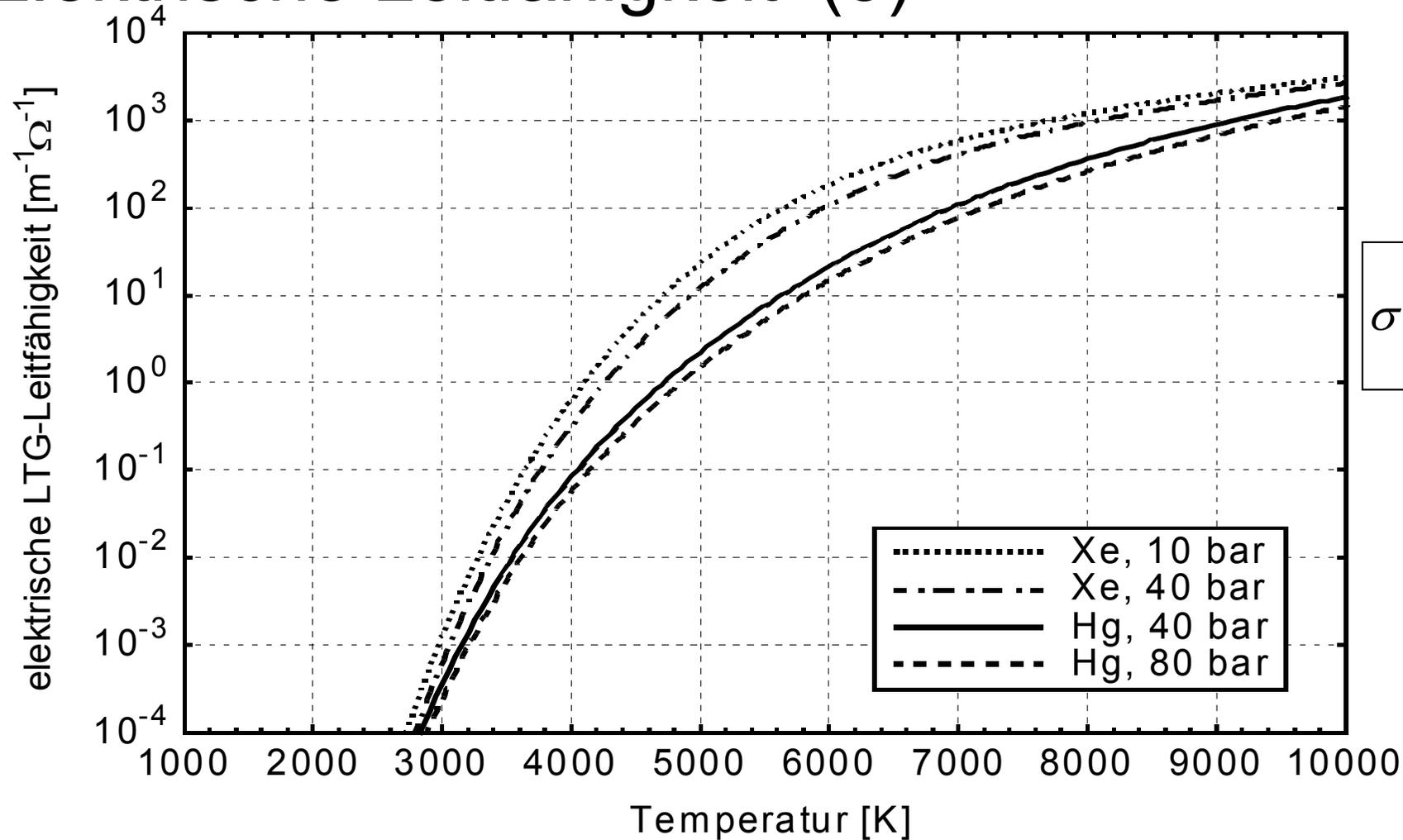
$$\begin{aligned} \vec{j}_{el} &= \vec{j}_i + \vec{j}_e \\ &= \frac{e^2 \sqrt{k}}{\sqrt{2\pi m_e}} n_e \frac{\sqrt{T}}{p Q_{e \leftrightarrow a}} \vec{E} = \sigma \vec{E} \end{aligned} \quad \langle v_e \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}} \quad \text{und} \quad \ell_e = \frac{kT}{\sqrt{2} Q_{e \leftrightarrow a} p}$$

$$\sigma = \frac{e^2 \sqrt{k}}{\sqrt{2\pi m_e}} n_e \frac{\sqrt{T}}{p Q_{e \leftrightarrow a}} \propto \frac{n_e \sqrt{T}}{p Q_{e \leftrightarrow a}}$$

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Elektrische Leitfähigkeit* (3)



* R. Wilhelm, Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse*

Grundlegende Transportprozesse:

- **Teilchentransport durch Diffusion (Ficksches Gesetz)**
- **Ladungstransport durch elektrische Leitung (Ohmsches Gesetz)**
- **Energietransport durch Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz)**
- **Impulstransport durch innere Reibung**

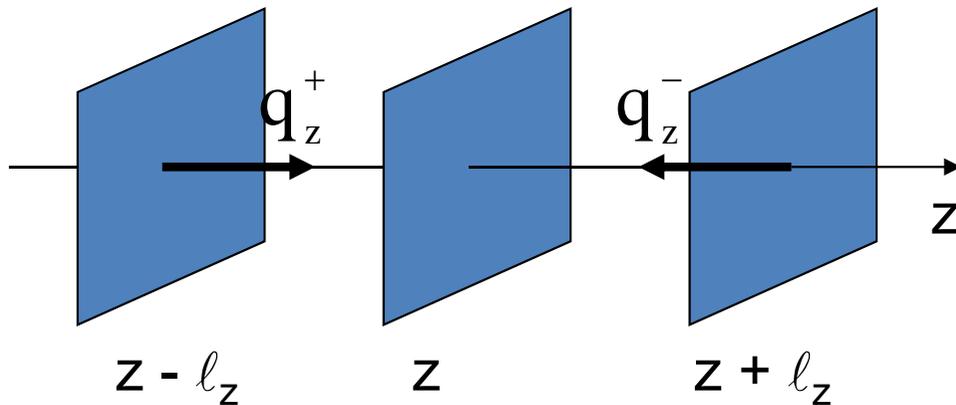
* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Wärmeleitfähigkeit* (1*)

Energietransport durch Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz):

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad } T$$



$$q_z = q_z^+ - q_z^- =$$

$$= U(z - l_z) \cdot n \cdot \frac{\langle \mathbf{V} \rangle_z}{2} - U(z + l_z) \cdot n \cdot \frac{\langle \mathbf{V} \rangle_z}{2} =$$

$$= - \left[\frac{U(z + l_z) - U(z - l_z)}{2l_z} \right] n l_z \langle \mathbf{V} \rangle_z =$$

$$= - \frac{dU}{dz} n l_z \langle \mathbf{V} \rangle_z =$$

$$= - \frac{d(fkT / 2)}{dz} n l_z \langle \mathbf{V} \rangle_z =$$

$$= - \frac{1}{6} fkn l \langle \mathbf{V} \rangle \frac{dT}{dz} = -\lambda \frac{dT}{dz}$$

- U: innere Energie eines Gasteilchens
(=fkT/2 mit f: Freiheitsgrade)
- l_z : mittlere freie Weglänge (in z-Richtung)
- $\langle \mathbf{V} \rangle_z$: mittlere Geschwindigkeit (in z-Richtung)

* R. Wilhelm, Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Wärmeleitfähigkeit* (2*)

Maxwell-Verteilung:

$$\langle \mathbf{V} \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Mittlere freie Weglänge:

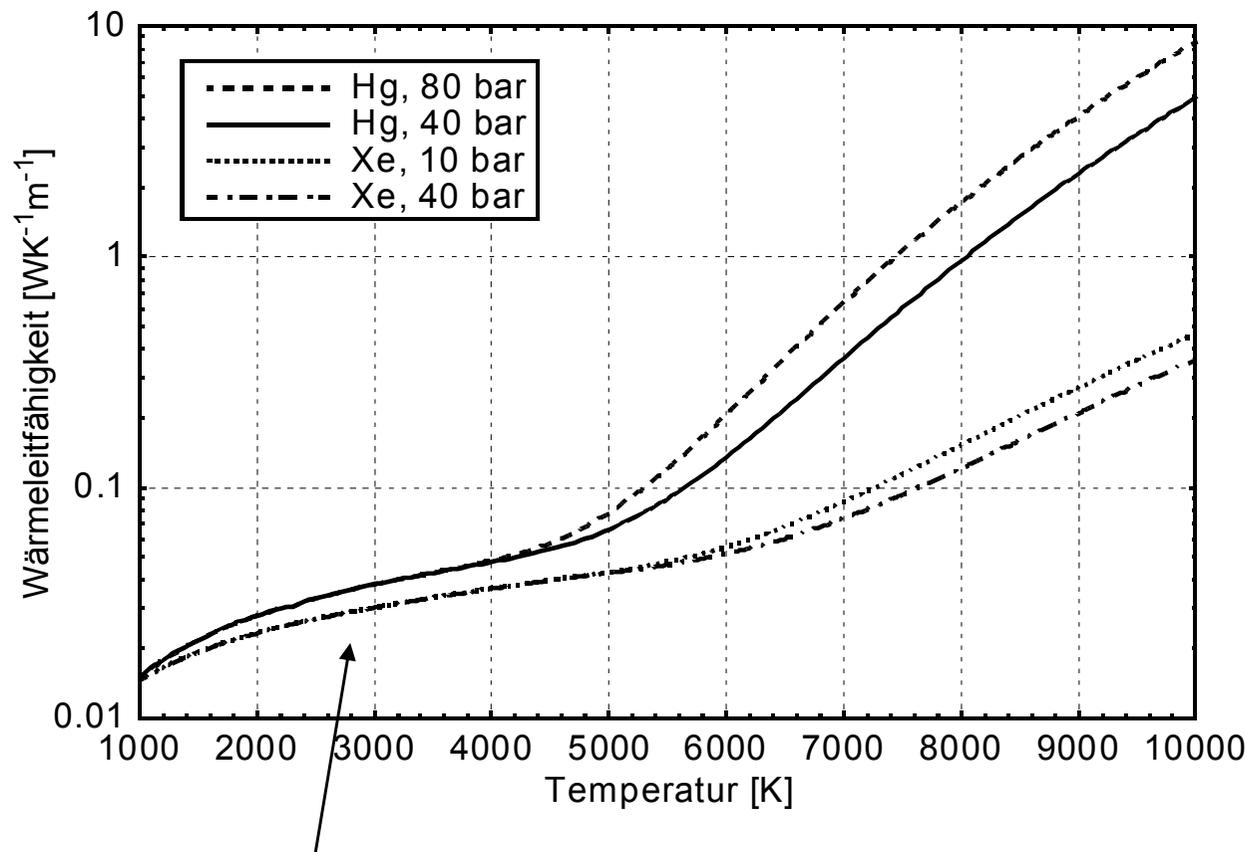
$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}Qn}$$

$$\lambda = \frac{1}{6} fkn \ell \langle \mathbf{V} \rangle = \frac{1}{3} fk \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} \propto \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Wärmeleitfähigkeit* (3)



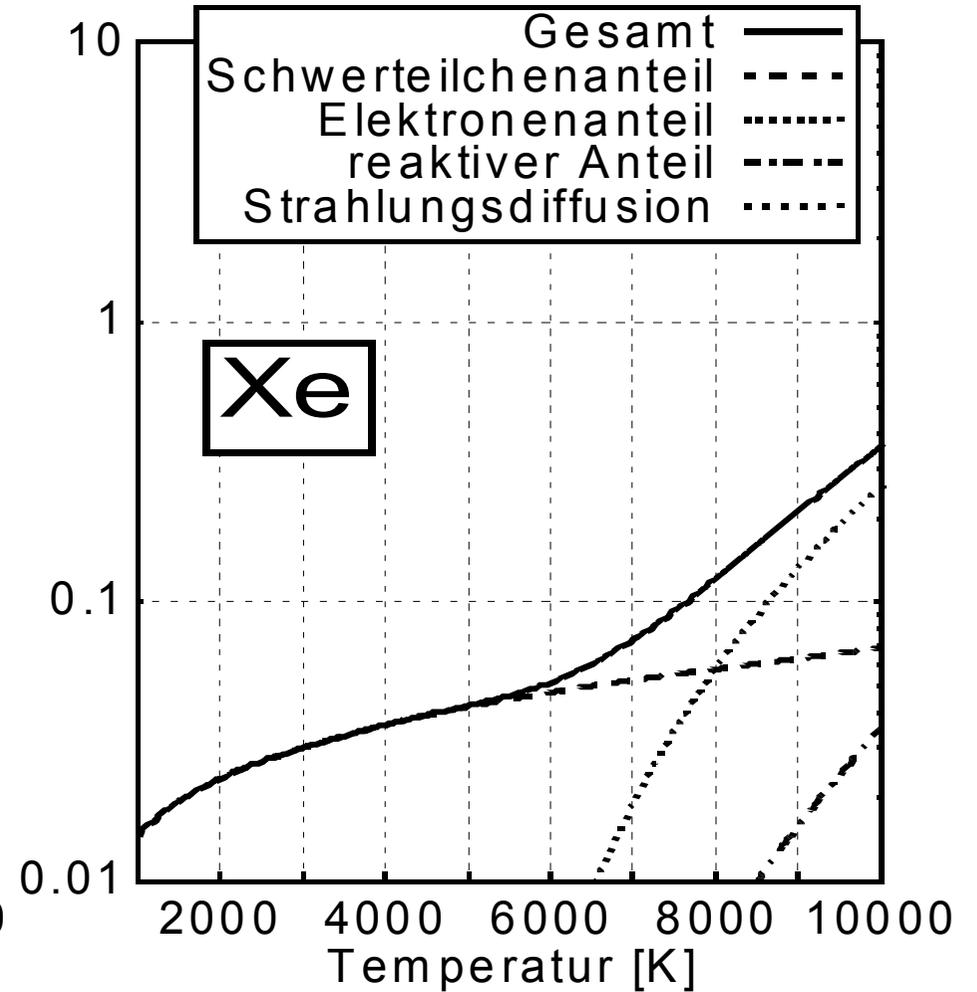
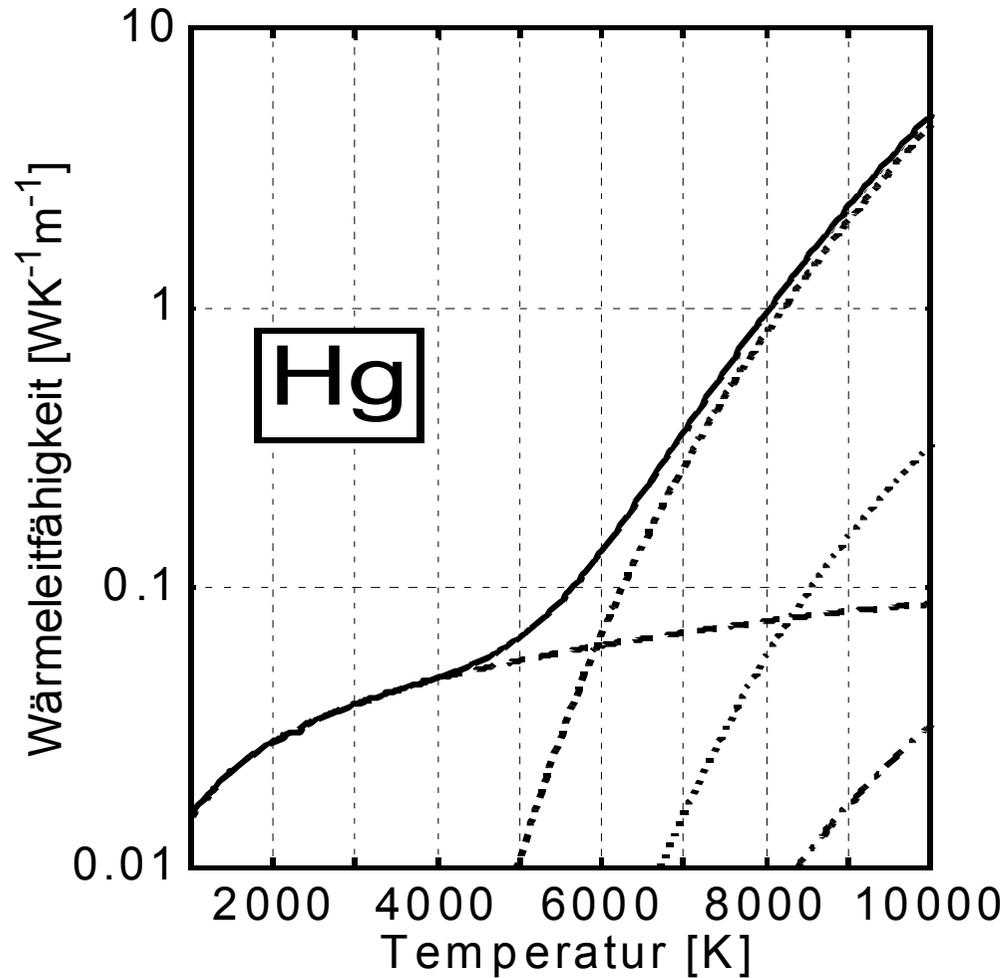
Im unteren Temperaturbereich ($< 4000\text{K} - 5000\text{K}$) stimmt Abhängigkeit (keine p-Abhängigkeit, proportional Wurzel T), für höhere Temperaturen kommen andere Beiträge zur Schwerteilchenwärmeleitfähigkeit dazu (siehe auch nächste Seite)

* R. Wilhelm, *Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Wärmeleitfähigkeit* (4)

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad } T$$



* R. Wilhelm, Numerische Modellierung der Transporteigenschaften dotierter Hochdrucklampen-Plasmen, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1996)

2.5 Transportprozesse

Strahlungsdiffusion*, ** (1)

Strahlungsdiffusion:

Emission von Strahlung und deren Reabsorption noch innerhalb des Plasmas führt zu einem Transport von Energie durch Strahlung

Einflussgrößen:

Gegebenes Temperaturprofil mit Radius, T_{\max} , T_{\min} , Profilparameter

Ergebnis:

Für Quecksilber sind die Resonanzlinien bei 185nm und 254nm wichtig

Für Xenon vernachlässigbar

Proportional zum Druck

Problem bei Simulation der gesamten Lampen:

Temperaturprofil im Bogen und vor den Elektroden (heiße Plasma-Hot-Spots und kühle Elektroden) stark unterschiedlich. Führt zu unterschiedlichen Ergebnissen bei der Strahlungsdiffusionsrechnung. Lösung: siehe nächste Folien

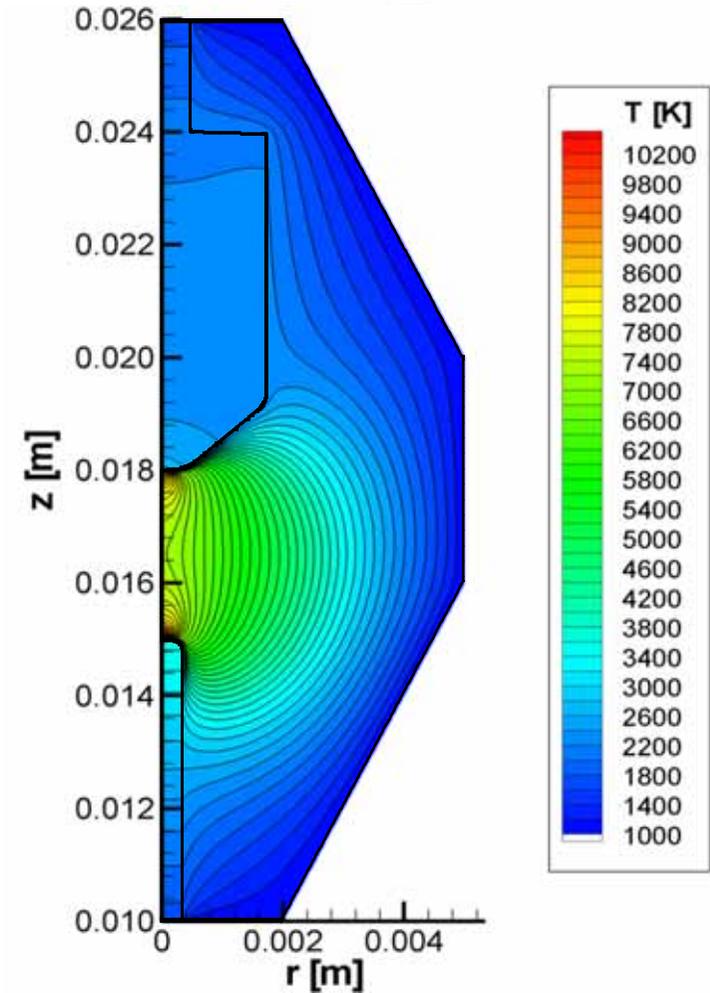
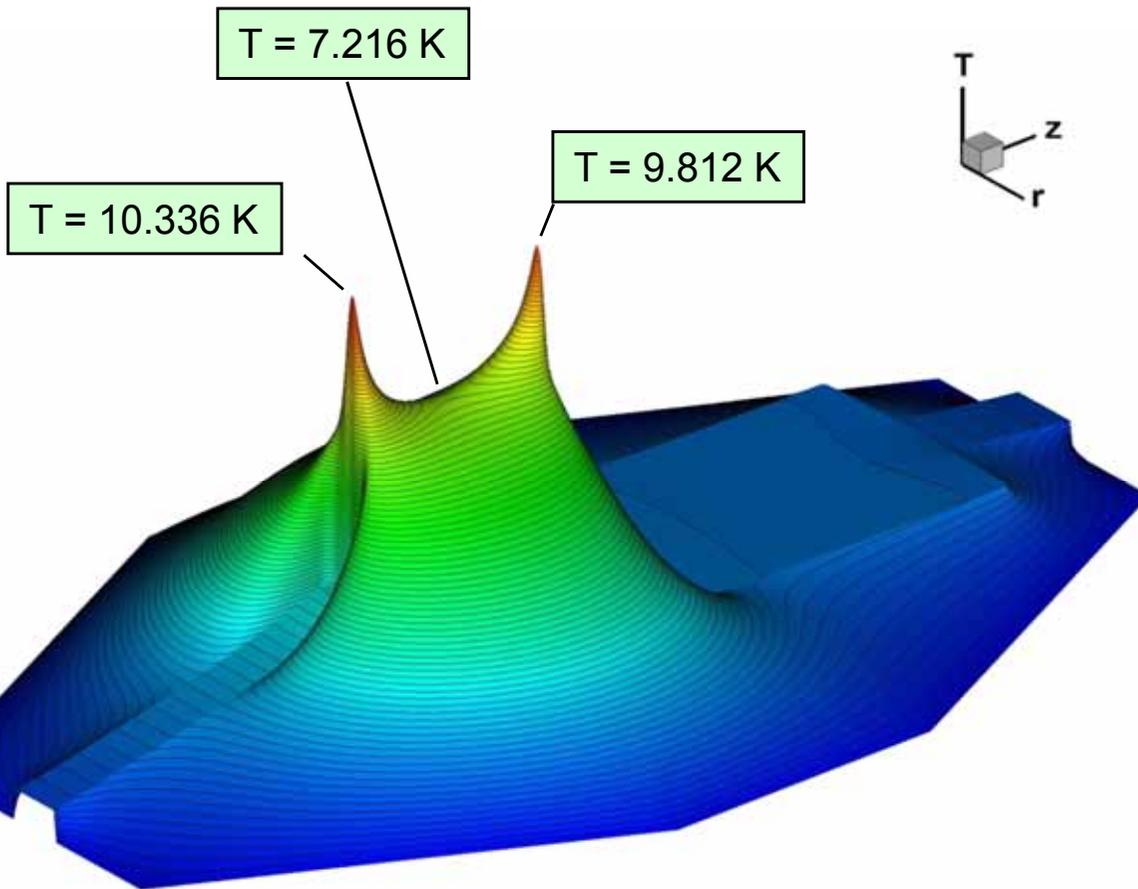
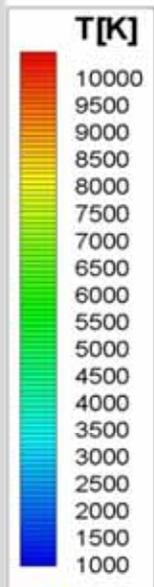
* P. Flesch, M. Neiger, *Time Dependent Simulation of Plasma and Electrodes in High-Intensity Discharge Lamps with different Electrode Shapes*, Journal of Physics D 36 (2003), 849 - 860

** R. Wilhelm, *Berechnung des Strahlungsdiffusionsanteils der Wärmeleitfähigkeit von Hochdrucklampen-Plasmen*, interner Bericht, LTI 1996

2.5 Transportprozesse Strahlungsdiffusion (2)

Temperaturverteilung Plasma/Elektroden

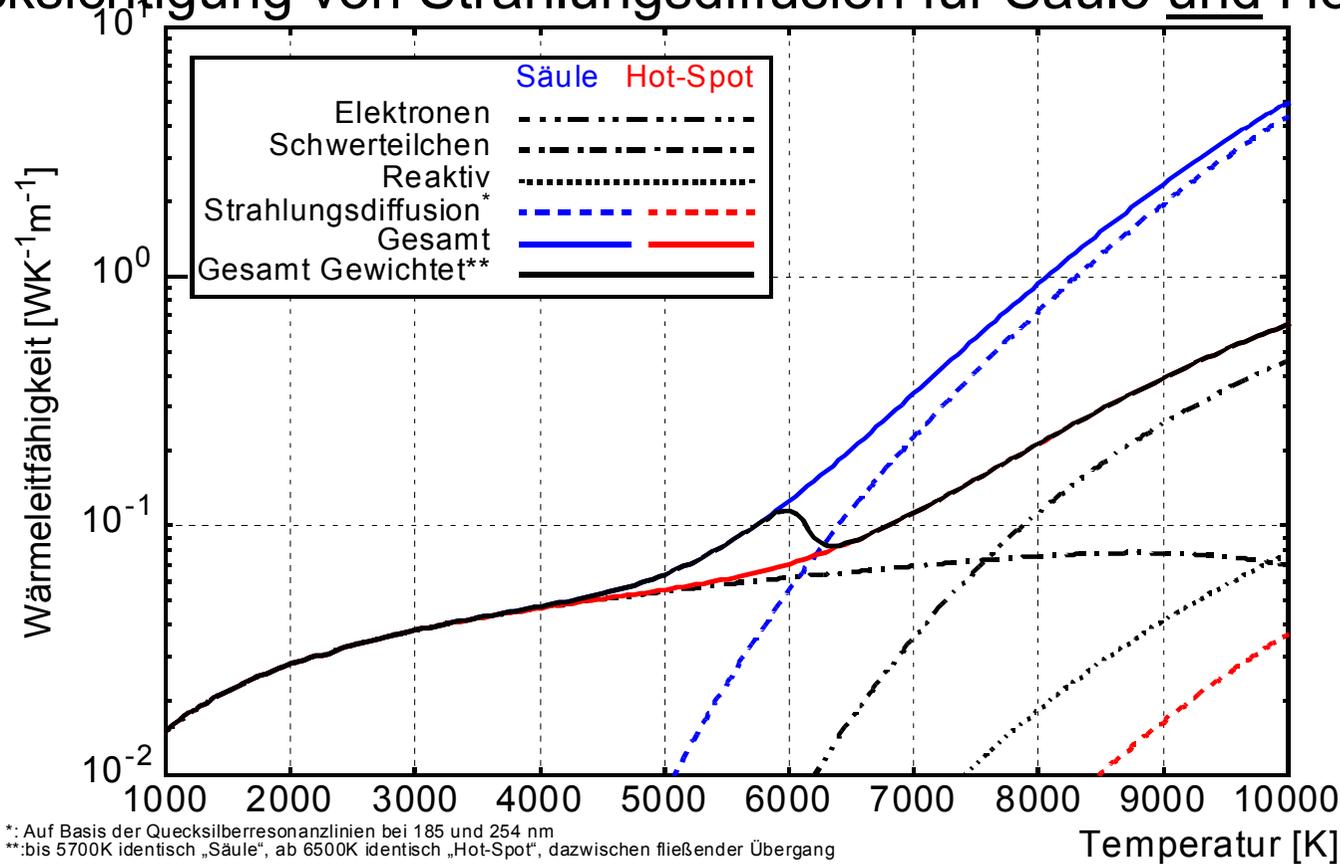
ApolloHg, 3mm Elektrodenabstand, 40 bar Hg, 4 A



2.5 Transportprozesse

Strahlungsdiffusion*, ** (3)

Berücksichtigung von Strahlungsdiffusion für Säule und Hot-Spot



* P. Fleisch, M. Neiger, *Time Dependent Simulation of Plasma and Electrodes in High-Intensity Discharge Lamps with different Electrode Shapes*, Journal of Physics D 36 (2003), 849 - 860